= Noredlac –


CHRISTIANUS WOLFIUS

COMPENDIUM ELEMENTORUM MATHESEOS UNIVERSÆ,

IN USUM

STUDIOSÆ JUVENTUTIS

ADORNATUM,

A

CHRISTIANO WOLFFIO,

Mathematum ac Philosophiæ Professore in Academia HALENSI, *Professore* PETROPOLITANO *Honorario*, *Academiæ Regiæ Scientiarum* PARISINÆ, *Societatumque Regiarum* BRITANNICÆ *atque* BORUSSICÆ *Membro.*

TOMUS PRIMUS.

EDITIO SECUNDA.

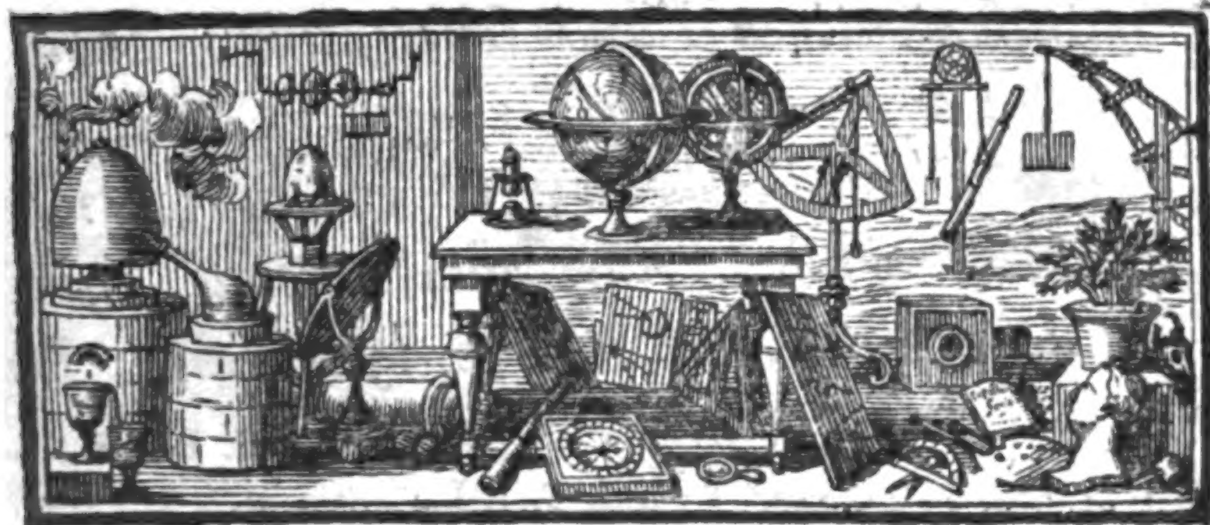


LAUSANNÆ & GENEVÆ,

Sumpt. MARCI-MIC. BOUSQUET & Soc.

MDCCLVIII.

Cum Privilegio S. Cæsar. Majestatis.



VIRO ILLUSTRI

ATQUE

EXCELLENTISSIMO

CHRISTIANO

WOLFFIO,

PHILOSOPHO CELEBERRIMO,

&c. &c.

S. P. D.

SAMUEL KÖNIG.

E*N abjecta patria veste, accedit* ad TE VIR CELEBERRIME *Tuis de Elementis Matheseos, ad exteros jam abiturus libellus, tanquam de consilio, novoque or-*

 natu

natu ſententiam Patris ſciſcitaturus Filius: merito verens, ni à TE *agnitus ante, collaudatuſque diſceſſerit, ut eadem fortuna extra Patriam utatur, qua hactenus, quia tuus audiebat, in Patria uſus fuit. Da itaque hanc veniam,* VIR CELEBERRIME, *ut is Liber quem omnium utilitati conſecraſti, poſtquam Germaniæ ſatis diu ſerviit, multorum deſideriis invitatus, quo facilius familiariuſque complectatur, Romano habitu ſe quoque exteris tandem impertiat.*

Hoc quum ſingularem TUAM *humanitatem, ſummumque ſcientias promovendi ſtudium, nullo pacto ægre laturum ſciebam, facile adduci potui ut* Bouſqueto Lauſannenſi & Genevenſi Librario *de commodis rei Litterariæ ſemper cogitanti diligentiſſimo Homini, cum ſuum nuper de edenda verſione hujus Libri conſilium ad me detuliſſet, non ſolum de optima hac ratione non deſerenda magnopere Auctor eſſem; ſed etiam qualemcunque meam operam ad opus perficiendum promitterem, quod & Docentibus gratiſſimum, & Diſcentibus pernéceſſarium judicabam.*

Tametſi enim ut noſti VIR CELEBERRIME, *multi præclari Viri, & ſcri-*

ſcripſerint, & quotidie ſcribant Mathematicos Libros, ut tot antehac nunquam prodierint, tamen nemo Vir Magnus Tyronum rationem ita habendam putavit, ut collectis tot, tamque variis Matheſeos membris, unum ordine atque forma commendabile Corpus, diſcentibus expoſuiſſet, niſi TUA *Elementorum Syſtemata, publicæ indigentiæ, diu fruſtra deſideratam opem tuliſſent. Egregius ſane labor, celebratiſſimis* **Doctiſſimorum** *Virorum lucubrationibus, ut non fructu, ita nec laude inferior! Dum enim iſti poſt tam longas atque injuſtas nugarum dominationes, ad fundandum proferendumque Scientiarum imperium, ignotas Terras adeunt atque expugnant:* TU *alioquin vacuas futuras regiones numeroſo Colono reples, ne cultu vacantes, in Tyrannidem veteris Noctis, victæque Barbariei recidant.*

Merito itaque maximas TIBI *gratias habent, quotquot de inſigni laborum* TUORUM *fructu judicare poſſunt. Ut enim taceam Tuas meis encomiis majores Philoſophicas laudes; Matheſin antehac in Germania parum excultam, in Academiis fere neglectam, iiſdem in locis hodie in honore verſari, atque ubique diſci, tua propria*

eaque immortalis gloria est. Immo si TUA *consilia uti fas esset valerent, nusquam non summo generis humani decore atque bono, resuscitatas Platonis Academias vigere videremus. Quid mirum igitur, cum hujus* TUI *laboris tantam utilitatem persenserint Germani, desiderare exteros ut ad se quoque harum tuarum vigiliarum fructus perveniant; quorum justissimis desideriis morem gerentes operam dedimus ego quidem, ut liber quam fieri posset accuratissimus,* Bousquetus *autem ut quam nitidissimus prodiret, ut uterque sperare possimus, neque* TIBI, *neque Publico hanc nostram sedulitatem displicituram. Vale itaque* VIR CELEBERRIME, *fave huic opellæ;* TUIS*que præclaris laboribus, ad pristinas amœnas sedes gloriose postliminio redux, Scientias illustrare perge.*

Dabam Bernæ die 22. April.
Anno MDCCXLII.

PRÆFA-



PRÆFATIO
AUTORIS.

MATHESIN ego, propter duas rationes, & diligere, & commendare ſoleo: primum ob mirificam qua in demonſtrando utitur methodum: deinde propter optimas doctrinas, quæ ad ſolidiorem cognitionem naturæ, artiumque, & in omni vita humana, præſentiſſimum uſum habent. Propter methodum, omnibus litterarum Studioſis, Matheſeos ſtudium maxime commendandum arbitror. Cum *Philippo Melanchtone* enim, omnino ſic ſentio, neminem qui Matheſin diligenter non didicit, poſſe ulla de re ſolide, accurateque diſſerere. Hinc mire placent Græci Philoſophi, prohibentes a ſtudiis, qui Arithmeticam,

atque Geometriam non didicissent. Qui enim solidam rerum cognitionem desiderat, is habitu pollere debet, distincte percipiendi, accurateque examinandi, verane an falsa sint, quæ legendo vel audiendo accepit. Immo & illos, à quibus profundior veritatum religionis Christianæ cognitio requiritur, *Fide* ut aiunt *carbonaria* ad Auditores accedere, turpe est; veraque, eam tantum ob rationem, nonnulla existimare, quod ita à Doctore, *Magno Viro*, accepissent. Quod quam insulsum sit quis non videt? Non enim sufficit veritatem ab illo doceri, sed ipsi quoque suo judicio vera perhiberi perspicere debent, certique esse, traditam Scripturæ interpretationem rectam esse, atque Dogmata inde deducta legitimis ratiociniis consequi. Cum enim ipse PAULUS ferre nolit, ut Fideles sint *mente pueruli* (1), id est, tanquam pueruli, absque prævio examine recipiant, quidquid is, cui plurimum tribuunt præcinerit, rursusque ex memoria proferant, quod in intellectum nunquam pervenit; sic quoque nemo PAULUM imitans Doctor, postulare ab Auditoribus debet, ut ceu vagientes

(1) 1. Cor. XIV. 24. *Conf.* HAMMONDI Paraphrasis.

tesi nfantuli, pro ſua libidine ſe faſciari jactarique patiantur.

Tales pueruli fluctuationi agitationique, cujuſvis venti Doctrinæ permittere ſe debent (2); cum hanc cœcam fidem, verus Doctor nulla ratione flagitare poſſit, qua idem falſus non poſſit, utpote qui non minus ſe veritatem tenere putat ac is, qui fortaſſe cœca fortuna, non ratione duce, illam conſecutus eſt. Omnis habitus acquiritur exercitio, non autem regularum obſervandarum nudo ſtudio. Quamobrem tametſi in Logica, regulæ omnes, ad diſtincte concipiendum, atque ſolide demonſtrandum, accurate doceantur; nunquam tamen hæc diſciplina, cuiquam habitum conferre poterit, prompte iiſdem utendi. Eadem hic Logicæ quæ Legis ratio eſt; monſtrat quidem Lex, quid bonum, quid malum ſit; unde cognitio peccati oritur: ſed minime facultatem largitur vitam honeſtam vivendi. At Matheſis rite tractata perpetuum, notionum diſtinctarum, & accuratarum demonſtrationum, exercitium offert, & ita ſenſim ad habitum perducit, regulas Logicæ, abſque lapſu, ad praxin transferendi.

Has

(2) Epheſ. IV. 14.

Has ob rationes Matheſeos ſtudium, Logicæ ſtudium præcedere debet, ſi juſtum ordinem tenere, & temporis jacturam effugere volueris. Me autem non monente apparet, hanc utilitatem a Matheſeos ſtudio fruſtra expectari, ni methodus veterum Geometrarum quam accuratiſſime obſervetur: non enim ipſæ veritates mathematicæ, nude per ſe, ſed via ratioque tractandi, intellectum acuit, atque à tenebroſis notionibus ad lucidas perducit: qui ſummus Matheſeos fructus amittitur, ſimul ac methodo vulgari, Mathematicæ doctrinæ traduntur, qua efficitur, ut memoria magis quam intellectu capiantur. Et hæc eſt ratio, cur mea Matheſeos Elementa publicaverim, ibique quantum fieri potuit, Methodum veterum Geometrarum, iis quoque in locis obſervarim, quæ perfecta mathematica certitudine pertractare nimis longum fuiſſet. Immo cum veritatem perſpicere incipientibus, idem quod ex obſcuro loco in apricum prodeuntibus, uſu venire ſoleat, ut oculi nimio ſplendore præſtringantur, eumque ferre nequeant; in Elementis meis Germanica lingua conſcriptis, ſummum rigorem, neque in definiendo, neque

neque in demonſtrando obſervare, neceſſarium duxi; huncque defectum, quem Tyrones, & in ſolidiori cognitione inexercitati, perfectionem putarent, in opere Latino, inprimis Arithmetica, atque Geometria, omnis Matheſeos baſibus, ſupplere conatus ſum; ubi tam in accurate definiendo, quam ſevere demonſtrando delicatiſſimi faſtidii judicibus, nihil deſiderandum reliquiſſe exiſtimo. Id enim tenendum, nunquam naturam, neque in animo, neque in corpore ſaltum facere; ſed omnes mutationes gradatim conſequi. Proinde ſi intellectus immutari debet; non ſubito ad ſummum perfectionis gradum evehi poterit; ſed initio ad perfectionem, multis comitantibus imperfectionibus perduci debet. Interim ut hoc perfectionis initium, re ipſa non nomine tantum initium ſit, neceſſe eſt; nempe, ut, quamprimum Mathematica didicerimus, intellectus aliquantulum mutetur, & aliqua promptitudo paretur, quam alia tractando, non fuiſſemus conſecuti.

Hinc ita in Matheſi Tyrones erudiendi ſunt, ut accuratiſſimi ordinis imago, ſenſim animis ingeneretur, ſolidamque doctrinam deguſtare diſcant. Quamobrem

cur-

cum noſtra *Germanica Matheſeos Elementa*, prolixiora nonnullis viſa fuerint, quam ut hujuſmodi lectionibus præſtituto brevi tempore, curſu Academico, abſolvi poſſent, & à me petitum fuiſſet, ut ex iis Compendium, in Scholarum præcipue uſum perficerem: facile propter ſummum, quo feror, ad virtutem promovendam ſtudium, adduci potui, ut de ejuſmodi Compendio elaborando cogitarem, quod non ad dimidiam molem prædictorum Elementorum excreſceret, tamen iiſdem, quoad utilitatem principalem, inferius non eſſet. Quo autem hæc utilitas vere obtineatur, de recto Libelli uſu, quædam adhuc monenda videntur.

Principio diligenter videndum ut Tyrones, in Arithmetica, Geometria, & Trigonometria, probe ſint verſati; quarum diſciplinarum initium, cum ipſis pueris, Elementa Latinæ linguæ diſcentibus, fieri poterit. His ex Arithmetica, Numeratio, & quatuor reliquæ Species in numeris integris, proponi poterunt, ita tamen, ut perpetuo interrogentur, cur ita potius, quam aliter procedant: non ſolum quo operationes mente capiant, & firmius memoriæ man-

mandent, ſed eo præcipue conſilio, ut nihil abſque ſufficiente ratione recipere diſcant, ſed omnium quæ vident vel audiunt rationem exquirant: utpote quæ ingenii exſuſcitatio animum diſcendi cupidum creat, & ad emendationem intellectus plus confert, quam idiotis videri poteſt. Poſtquam operationem recte perceperunt, ad ejus Definitionem initio Libri expoſitam, ſunt revocandi, quo conferendo Definitionem, cum ſuis exemplis, enunciata à Definitione in exemplo contueantur. Hoc modô differentiam, inter diſtincte, & confuſe percepta ſentient, ſenſimque addiſcent, occultam in ſingularibus exemplis, generalem notionem eruere: & quod non parvum eſt, attente ſemper conſiderateque agere, nullamque rem temere atque inconſulto ſuſcipere. Quod ſi deinde maturiori ætate, regulas, quas intellectus in veritate cognoſcenda ſequitur, in Logica a me expoſitas, audient; priſtina exercitatione acquiſita, imago continuo ante oculos verſabitur, & exempla, quæ recordabuntur, gratam lucem in præcepta diffundent.

In Geometria Tyrones figuras tantum diſtinguere initio doceantur, ita tamen, ut

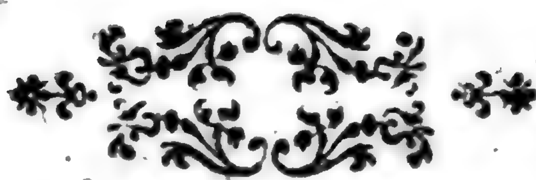
ut eorum nomina non ſolum pronunciare, ſed etiam notas recenſere valeant, quibus figuram agnoſcunt,atque ab aliis diſtinguunt: quæ quæſtiones ex ipſis definitionibus commode formari poterunt. Hoc modo, confuſarum diſtinctarumque notionum differentiam, perſpicere diſcent, primum, ad quod in ſolida veritatis cognitione, animum debemus attendere. His præmiſſis, ad delineationem figurarum traduci poſſunt, quo earum poſſibilitatem intelligant, & ſimul perſentiant, tum demum, recte rem comprehendi, cum modum quo fieri poteſt intellexerimus. Quo facto ad Theoremata atque Problemata accedere licebit, obſervando, ut figuras ſecundum conditiones Problematis delineare jubeantur, deinde ope inſtrumentorum practice explorent, num propoſitionem veram deprehendant, & num ea quæ enunciat, experientia comprobet: quæ examina ita inſtituenda, ut, quantum fieri poteſt, quamplurima ex demonſtratione complectantur. Plura de his Demonſtrationibus Mechanicis, ut appellare ſoleo, ſub voce *Demonſtratio Mechanica* in meo *Lexico Mathematico* commentatus ſum.

Tandem

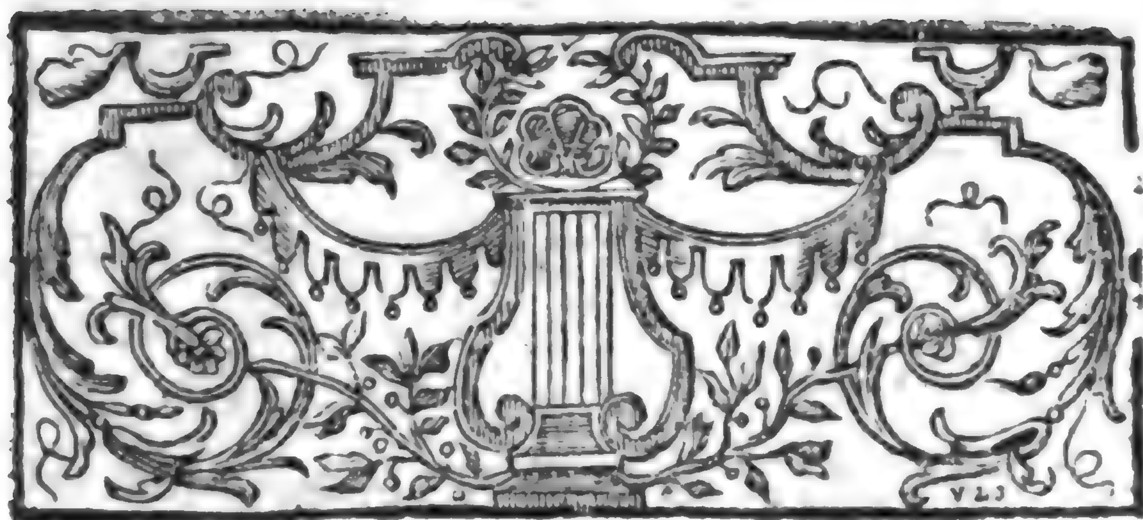
Tandem Geometria ipsa, quemadmodum in Libro perhibetur, tradi poterit, ita tamen, ut demonstrationes interrogando doceantur, eo ordine, quo syllogismus ex syllogismo perpetua serie, nascitur. Initium semper fiat, ab iis, quæ vel inspectio figuræ, vel propositionis conditio, vel problematis resolutio attendenti præbent, quo sic, aliis, ante demonstratis propositionibus, in mentem revocatis, novæ conclusiones inde inferri possint; quemadmodum hæc in *Lexico Mathematico* sub voce *Demonstratio* accuratius exposui. Mihi quoque id non prætermittendum videtur, ut singulæ propositiones, una post alteram eo ordine scribantur, quo ab una ad alteram ratiocinando perducimur: nam hoc pacto non solum idea solidæ cognitionis animo ingenerabitur, sed is quoque paulatim, methodice meditari assuescet. Arithmetica, atque Geometria hoc modo rite absolutis, ad reliquas quoque disciplinas, sine offendiculo transire licebit; suaserim tamen debitis experimentis ea illustrari, quæ hac ratione doceri possunt: quod

ipſum etiam, non ſine fructu, in Geometria fieret, antequam difficiliores demonſtrationes ſuſcipiantur. Quod ſi futurum eſt, ut homines, hoc libro præſcripto modo utantur; non dubito, ſtudia bonarum Litterarum brevi in meliorem formam mutatum iri. Quem hujus mei laboris fructum ut brevi videam, animitus DEUM Opt. Max. precor.

Dabam Halæ die 21. Jul.
An. MDCCXIII.



CONSPEC-

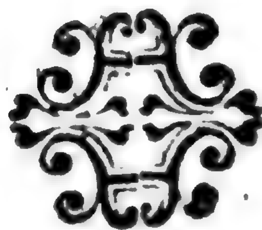


CONSPECTUS

TOTIUS OPERIS.

In TOMO PRIMO *continentur*

In TOMO SECUNDO *continentur*



DE



DE
METHODO MATHEMATICA.
COMMENTATIO BREVIS.

§. I.

M*Ethodus Mathematicorum*, puto ordinem quo in tradendis dogmatibus suis utuntur Mathematici, incipit à Definitionibus, pergit ad Axiomata, his superstruit Theoremata atque Problemata, quibus Corollaria, & Scholia ut res postulaverit, annectit.

§. II.

Sunt autem *Definitiones* distinctæ rerum notiones, quarum ope inter se distinguuntur, & unde reliqua derivantur, quæ de ipsis concipiuntur. Ad duas autem classes revocantur; sunt enim vel *Definitiones Nominales*, vel *Definitiones Reales*.

§. III.

Definitiones nominales, ſufficientes enumerant notas, quibus res, cui hoc vel illud nomen tribuitur, agnoſci poſſit. Ut ſi in Geometria dicitur, Quadratum eſſe Figuram, quatuor latera, & quatuor angulos æquales habentem.

§. IV.

Definitiones reales, notionem diſtinctam, de rei geneſi, hoc eſt modo quo res fieri poteſt, exponunt. Talis in Geometria eſt Circuli, ſi per motum lineæ rectæ circa punctum fixum deſcribi concipitur.

§. V.

Notionem vocamus, quamlibet rei repræſentationem in mente.

§. VI.

Notio autem *clara* dicitur, cum ad rem oblatam recognoſcendam ſufficit, ex. gr., ut intelligam, propoſitam figuram *Triangulum* dici.

§. VII.

Notio obſcura contra dicitur, quæ ad rem obla-

oblatam recognoſcendam non ſufficit. Ut ſi planta commonſtretur, qua viſa dubito, viderimne alio tempore, necne, vel ſit ne illa, quæ hoc vel illo nomine vocari conſuevit; notio hujus plantæ obſcura eſt.

§. VIII.

Clara *Notio diſtincta* eſt; ſi notas recenſere valeas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, ex. gr., quod circulus ſit figura, linea curva in ſe redeunte terminata, cujus ſingula puncta ab eodem puncto intermedio æqualiter diſtant.

§. IX.

Clara *notio confuſa* eſt, ſi notas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, recenſere minime valeas, utut in tales ſit reſolubilis: qualis eſt, ex. gr., notio coloris rubri.

§. X.

Diſtincta notio *adæquata* eſt, cum & notarum ex quibus componitur, notiones diſtinctas habueris; ex. gr., notio circuli paulo ante tradita cenſetur adæquata, ſi curvæ in ſe redeuntis, puncti intermedii, diſtantiæ æqualis, & terminationis, notiones diſtinctas habueris.

§. XI.

Contra inadæquata eſt notio, ſi notarum quæ diſtinctam ingrediuntur, nonniſi confuſas notiones habueris.

§. XII.

In Matheſi non admittuntur niſi notiones diſtinctæ, & quantum fieri poteſt adæquatæ, tam in Definitionibus realibus, quam in nominalibus.

§. XIII.

Hinc in Definitionibus ſubſequentibus, non adhibentur voces, niſi vel ex antecedentibus, vel aliunde ſatis intelligatur, quæ res iis ſubjiciantur.

§. XIV.

Et ſi, quando notione confuſa contenti ſumus, res, ad quam ſpectat, obvia fit, neceſſe eſt, ut vel præſentem quandocunque libuerit percipere, vel ſæpius jam olim perceptæ, haud difficulter reminiſci valeamus.

§. XV.

Ad definitiones reales quod attinet, declarant illæ, quo modo res possibilis sit, id est, viam atque rationem qua illa oriri potest (§. IV.) Ea propter, circa hoc definitionum genus duo consideranda sunt; 1°. utrum ea existant, aut existere possint, nec ne, quæ ad Genesin rei concurrere assumimus; 2°. num ab iis proficisci queant, quæ in formatione rei iisdem tribuimus. Ex. gr., si circulus definitur, quod generetur per motum lineæ rectæ, circa punctum fixum; requiritur ad possibilitatem ejus, punctum, linea recta, immobilitas puncti, quo motum rectæ regat, & talis denique rectæ motus, ut in pristinum locum unde discesserat, revertatur.

§. XVI.

Definitiones tam reales, quam nominales, tum in se considerari, tum inter se conferri possunt. Si considerando definitiones, aliquid exinde immediate concluditur, *Axioma* vocatur. Ex. gr., Genesin circuli consideranti, facile apparet omnes rectas ex centro ad peripheriam ductas inter se æquales esse, cum unam eandemque lineam in diverso situ referant. Hæc adeo propositio in Axiomatum numero habetur. *Dn.* DE TSCHIRNHAUSEN hanc vocem in hoc sen-

ſenſu adhibet. Vulgo quævis propoſitio, quam ſine demonſtratione concedimus *Axioma* audit. Atque in hoc ſenſu *Euclides* ac reliqui veteres Geometræ hac voce utuntur.

§. XVII.

Axiomata enunciant, vel aliquid eſſe, vel aliquid effici poſſe. Axioma ſpeciei prioris, illud eſt, quod modo ex definitione circuli deduximus: ſc. *Omnes Lineas ex centro ad peripheriam ductas eſſe æquales.* Contra Axioma alterius ſpeciei eſt id, quod ex definitione *lineæ rectæ* fluit: ſc. *A quovis puncto ad quodvis punctum, poſſe lineam rectam duci.* Axiomata hujus ſpeciei dicuntur *Poſtulata.*

§. XVIII.

Quoniam igitur axiomatum & poſtulatorum veritas, per intuitum definitionum ex quibus fluunt cognoſcitur; demonſtratione nulla indigent, Veritas enim eorum apparet, quamprimum realitas Definitionum fuerit evicta. Quamobrem, verumne an falſum Axioma ſit, ante examinatam Definitionis poſſibilitatem, cum certitudine dijudicari non poteſt. Secus enim id ſolum conſtat,

po-

posita definitionis possibilitate, axiomata vera futura. Hinc quoque manifestum fit, cur TSCHIRNHAUSIUS Axiomata tanquam propositiones definiverit, quæ ex definitione intelliguntur (§. XVI.)

§. XIX.

Cum Axiomatibus & Postulatis, etiam Experientiæ nonnunquam confunduntur. *Experiri* autem dicimur, quidquid ad perceptiones nostras attenti, cognoscimus; ex. gr., dum accensa candela, conspicua fieri videmus, quæ ante non apparebant, experientia hoc comperire dicimur. Proinde Experientiæ non nisi rerum singularium propositiones sunt, quoniam non nisi res singulares percipimus.

§. XX.

Quando pluribus inter se collatis definitionibus, quædam inde inferuntur, quæ ex consideratione unius tantum deduci non potuissent; dicuntur hæ conclusiones *Theoremata*, Ex. gr., si in Geometria Triangulum cum Parallelogrammo, super eadem basi, & ejusdem altitudinis confertur, & partim immediate ex ipsis eorundem defini-

nitionibus, partim ex aliis eorundem proprietatibus, jam ante erutis, infertur; Parallelogrammum esse trianguli duplum: ea propositio, *Triangulum est dimidia pars Parallelogrammi, quod eandem basin, & eandem altitudinem habet,* in Theorematum numero habetur.

§. XXI.

Duo autem sunt, quæ in omni Theoremate attentionem merentur, *Propositio* nempe, atque *Demonstratio.* Ista quidem enunciat, quid rei cuidam sub certis conditionibus convenire possit, quid non: in hac autem rationes exponuntur, ob quas intellectus concipere valet, illud ipsi convenire.

§. XXII.

Demonstrationum autem principia, sunt partim Definitiones vocum rerumque in propositione contentarum, partim proprietates ex iisdem definitionibus jam derivatarum rerum. Quoniam vero in Mathesi principia non admittuntur, nisi quæ ante fuerint evicta: definitiones ac propositiones, quibus demonstrationes superstruuntur citari solent, partim ut appareat genuina

prin-

principia adhibe i; partim ut ignaris conſtet unde ipſorum certitudo haurienda.

§. XXIII.

Non alia vero eſt ratio ex principiis conclusiones inferendi, quam quæ in omnibus libellis logicis, ubi de ſyllogiſmo agitur, dudum fuit expoſita. Sunt enim demonſtrationes Mathematicorum, congeries quædam Enthymematum, ita ut omnia vi ſyllogiſmorum concludantur, omiſſis ſaltem præmiſſis, quæ vel ſponte meditanti occurrunt, vel per citationes in memoriam revocantur. Hoc non ſolum *Clavius* in demonſtratione proportionis primæ *Element. Euclidis* oſtendit: ſed *Herlinus* quoque atque *Daſipodius* ſex priora Elementa *Euclidis*, & *Heniſchius* integram Arithmeticam per ſyllogiſmos in forma demonſtravere.

§. XXIV.

Problemata aliquid faciendum proponunt, & tribus partibus conſtant, *Propoſitione* ſcilicet, *Reſolutione*, ac *Demonſtratione*. In propoſitione quid fieri debeat indicatur. In reſolutione ſinguli actus ordine decenti recenſentur, quibus efficitur quod erat faciendum. Deni-

Denique in demonſtratione evincitur, factis iis, quæ reſolutio præcipit, effectum intentum obtineri. Quoties itaque Problema demonſtrandum; in Theorema convertitur, cujus hypotheſin reſolutio, theſin vero propoſitio conſtituit. Generalis enim omnium Problematum demonſtrandorum tenor hic eſt. Factis iis quæ reſolutio præcipit, illud quoque efficitur quod erat faciendum.

§. XXV.

Rationes ſubinde non deſunt, cur ad caſus ſpeciales, applicentur propoſitiones generales, ex quibus propoſitiones ſæpe alias, prona conſequentia deducere licet. Quæ utroque modo eruuntur propoſitiones, *Corollaria* nuncupantur.

§. XXVI.

In *Scholiis* denique, tam definitionibus, quam propoſitionibus, earumque Corollariis ſubjungi ſolitis, obſcura declarantur, ad dubia reſpondetur; uſus doctrinarum indicatur, hiſtoriæ ac fontes inventionum deſcribuntur, & ſi quæ alia ſcitu nec injucunda nec inutilia occurrunt, inſeruntur.

§. XXVII.

§. XXVII.

Explicatam hactenus Methodum qui probe perpendit, ejus universalitatem haud dubie agnoſcet, nec diffitebitur, ſine ea ad ſolidam rerum cognitionem perveniri haud quaquam poſſe. Dicitur vero *Methodus Mathematica*, immo ſæpius *Geometrarum Methodus*, quia hucuſque Mathematici fere ſoli, in Geometria inprimis, ejus leges ſancte cuſtodiverint.

§. XXVIII.

Fxplicatæ Methodi legibus, cum ex aſſe ſatisfiat in Matheſi præſertim pura; non ex vano prædicatur, quod Mathemata judicium acuant, hoc eſt, quod eorum cultores promptitudinem acquirant veritatem quamlibet, ad quam animum appellunt, accuratius, quam alii ſolent, dijudicandi, qui non tam accurate ordinateque meditari conſueverunt.

§. XXIX.

Fructus igitur, quem ex ſtudio Matheſeos maximum percipere licet, participes non fiunt, quotquot praxes quaſdam Mathematicas, aliaſque parum Mathematicas diſ-

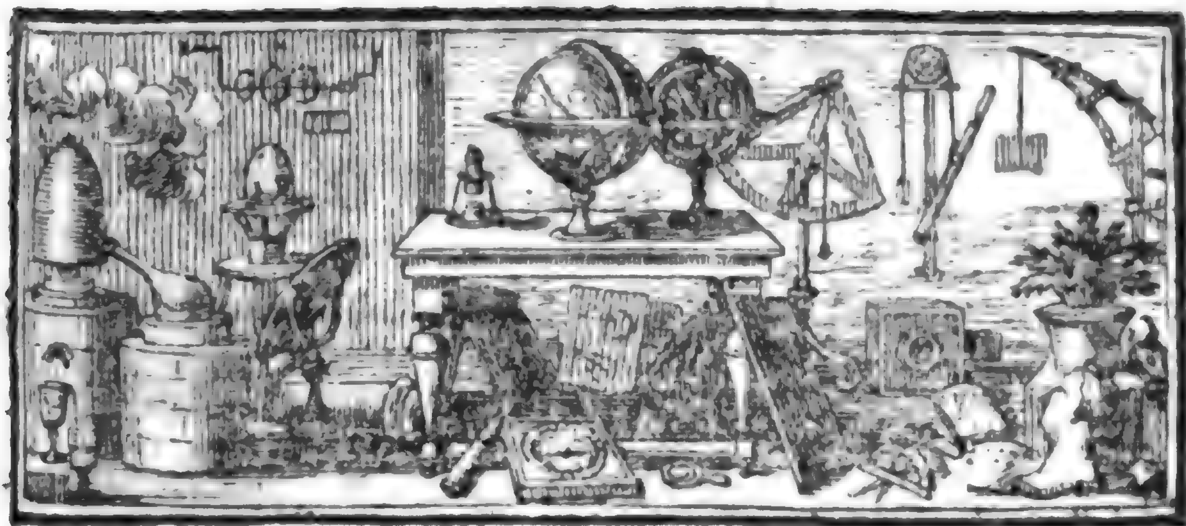
diſciplinas, vulgo tamen ad eaſdem referri ſolitas, addiſcunt. Licet enim in vita communi utiles ſint, nemini tamen judicii acumen, ac inveniendi habitum comparant, quia hæc non niſi à ſeria demonſtrationum meditatione expectare licet.

FINIS.

DISCURSUS DE METHODO MATHEMATICA.



ELE-



ELEMENTA ARITHMETICÆ.

DEFINITIO I.

1. RITHMETICA est Scientia computandi, hoc est, ex quibusdam numeris datis inveniendi alios, quorum ad cognitos relatio datur. E. gr. Si fuerit inveniendus numerus, qui duobus 6. & 8. junctim sumtis æqualis est.

SCHOLION.

2. *Scientia significat habitum asserta ex principiis certis & immotis per legitimam consequentiam inferendi.*

DEFINITIO II.

3. Si plura individua ejusdem speciei junctim sumuntur, oritur inde *Numerus.* e. gr. Si ad globum *unum* ponatur adhuc alius, habentur *duo* globi. Ad hos si ponatur denuo unus, habentur eorum *tres*, &c.

COROLLARIUM I.

4. Quivis igitur numerus supponit certam quandam unitatem, & nulli numeri inter se comparari nec componi possunt, nisi ex iisdem oriantur unitatibus. E. gr. Si dico 6; oportet ut quævis unitas, quæ in hunc numerum suscipitur, sit res ejusdem speciei, ut Canis, Pomum, Domus, Thalerus, Grossus &c.

COROLLARIUM II.

5. Numerus fit major vel augetur, si alii numeri ejusdem speciei adjiciuntur: è contra minuitur, si unus vel plures numeri ejusdem speciei auferuntur. Nec plures permutationes numeri admittunt. Numeri vero ejusdem speciei sunt, qui ex iisdem componuntur unitatibus (§. 4.)

COROLLARIUM III.

6. Si Numerus augetur, numeri, qui illi adjiciuntur, vel sunt omnes inter se illi æquales, ut

ut si 6 aliquoties sumitur; vel sunt majores & minores illo, ut si 6, 3, 5 &c. junctim sumuntur. Duo igitur diversi sunt modi augendi numerum.

COROLLARIUM IV.

7. Nec minus evidens est, quod, si numerus minuitur, unus vel plures numeri minores successive ab illo auferantur; vel etiam quod unus tantum numerus toties ab illo auferatur, quoties id fieri potest. Duo igitur diversi sunt modi minuendi numerum.

SCHOLION.

8. *Hinc ortæ sunt quatuor computandi species, scilicet* Additio, Substractio, Multiplicatio & Divisio, *ut ex Definitionibus sequentibus colligendum.*

DEFINITIO III.

9. *Additio* est inventio alicujus numeri, qui pluribus numeris ejusdem speciei junctim sumtis æqualis est. Numeri dati dicuntur *summandi*; quæsitus autem *summa* vel *Aggregatum.*

COROLLARIUM.

10. Quoniam quivis numerus ex pluribus componitur unitatibus (§. 3.), Additio per-

agitur, si uni numerorum datorum unitates reliquorum successivè annumerentur.

SCHOLION.

11. *Unitates numerorum sub initium per digitos repræsentantur, & necessaria ad Additionem numeratio tandiu per digitos absolvitur, donec memoriæ infigatur, quantum quivis numerus parvus ad alium numerum sumtus constituat, e. gr. duo & tria constituere quinque; sex & octo autem quatuordecim.*

DEFINITIO IV.

12. *Substractio* est inventio alicujus numeri, qui cum uno numero dato ejusdem speciei simul sumtus alii numero dato æqualis est. Numerus per Subtractionem inventus dicitur *Differentia* numerorum datorum.

COROLARIUM.

13. Quoniam quilibet numerus componitur ex pluribus unitatibus (§. 3.) Subtractio perficitur, si ab uno numerorum datorum successive auferantur unitates reliquorum.

SCHO-

SCHOLION.

14. *Quod in Scholio Definitionis præcedentis de Additione (§. 11.) dictum est, idem quoque hic habet locum in Subtractione.*

DEFINITIO V.

15. *Multiplicatio* est inventio alicujus numeri ex duobus datis, in quo toties continetur datorum unus, quoties unitas in altero. Numerus quæsitus dicitur *Productum* vel *Factum*: numeri dati *Factores*.

COROLLARIUM.

16. Multiplicatio itaque non est, nisi iterata ejusdem numeri Additio (§. 9.)

DEFINITIO VI.

17. *Divisio* est inventio alicujus numeri ex duobus datis, qui indicat, quoties numerus datorum unus in altero continetur, & hinc *Quotus*, interdum quoque *Exponens* audit.

COROLLARIUM I.

18. Diviſio itaque non eſt, niſi iterata ejuſdem numeri ab alio Subtractio (§. 12.)

COROLLARIUM II.

19. Et quoties datorum unus (qui Diviſor dicitur) in altero (qui dividendus vocatur) toties unitas in Quoto contineatur neceſſe eſt.

AXIOMA I.

20. *Quilibet numerus vel quantitas eſt æqualis ſibimetipſi.*

SCHOLION.

21. *Hoc axioma uſum ſuum habet, quia, quemlibet numerum conſiderare licet tanquam ortum ex diverſis aliorum numerorum compoſitionibus vel permutationibus. E. gr. Sex oritur ſi 4 & 2 addo; ſi 3 per 2 multiplico; ſi 2 ab 8 ſubtraho; ſi 12 per 2 divido. Vi itaque Axiomatis noſtri, ſumma ex 4 & 2, factum ex 3 in 2, differentia inter 2 & 8, Quotus ex 12 & 2 ſunt inter ſe æqualia.*

AXIOMA II.

22. *Duo numeri vel quantitates eidem tertiæ æquales, ſunt etiam æquales inter ſe.*

SCHO-

SCHOLION.

23. *Habeo, e. gr. tres pecuniæ acervos. In primo sunt totidem Thaleri ac in secundo; in tertio similiter totidem ac in secundo. Adeoque in primo totidem ac in tertio sint necesse est. Exempla Definitiones & Axiomata illustrant: quod semel pro semper moneo.*

AXIOMA III.

24. *Si æqualibus æqualia addas, aggregata sunt æqualia. Si vero majori & minori idem vel æqualia addas, aggregatum prius majus est, posterius minus.*

AXIOMA IV.

25. *Si æqualia ab æqualibus subtrahas, quæ relinquuntur æqualia sunt. Quodsi vero idem vel æqualia à majore & minore subtrahas, residuum prius majus est, posterius minus.*

AXIOMA V.

26. *Si æqualia per æqualia multiplices, facta æqualia sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel æqualia multipli-*

ces, factum prius majus est, posterius minus.

AXIOMA VI.

27. *Si æqualia per æqualia dividas, quoti æquales sunt. Quod si vero majus & minus per idem vel æqualia dividas; quotus prior major est, posterior minor.*

COROLLARIUM.

28. Hinc si duo computant exemplum, & neuter committit errorem, eadem prodibunt. Sed si diversa inveniunt, ut unus eorum erraverit necesse est.

AXIOMA VII.

29. *Quod uno æqualium majus vel minus est, etiam altero æqualium majus vel minus est.*

AXIOMA VIII.

30. *Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumtis, adeoque majus qualibet sua parte.*

HYPO-

HYPOTHESIS I.

31. *In numerando ultra decem non eſt progrediendum. Si in numerando ad denarium pervenitur, initium numerandi repetatur, niſi quod denariorum numerus una exprimatur.*

SCHOLION.

32. *Hæc eſt lex numerandi generalis, ubivis gentium recepta: & cum à prima ætate eidem adſueverimus, neceſſitatis videtur. Ratio vero, quare non ultra decem numeratur, eſt procul dubio inde derivanda, quia Homines digitis in computando uti ſolent, quamdiu in computando nondum ſatis verſati* (§. 11.)

COROLLARIUM.

33. Pro quolibet igitur ex his decem numeris peculiari opus eſt homine, & præterea aliis, quibus decadum multitudo denotetur. Illa ſunt *unum*, *duo*, *tria*, *quatuor*, *quinque*, *ſex*, *ſeptem*, *octo*, *novem*, *decem*; hæc vero *viginti*, *triginta*, *quadraginta*, *quinquaginta*, *ſexaginta*, *ſeptuaginta*, *octoginta*, *nonaginta*, *centum*.

HYPOTHESIS II.

34. *Quemadmodum* decies decem, centum *nominatur; sic nominetur porro decies centum*, Mille; *millies mille*, Millio; *millies millia millionum*, Billio; *millies millia Billionum*, Trillio *vel* triplex Millio, &c.

SCHOLION.

35. *Hac denominatione utimur, ut confusio in numeris prolixis evitetur; & de quavis eorum parte notio distincta formari possit.*

HYPOTHESIS III.

36. *Novem numeri sequentibus characteribus vel notis exprimantur:* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. *Ut vero & Decades, Centenarios, Millenarios &c. iisdem indigitare possimus, valor ipsis tribuatur localis, ita, ut solitarii vel in loco dextimo positi* Unitates *sive digitos, in secundo* Decades, *in tertio* Centenarios, *in quarto* Millenarios *&c. denotent. Loca vacua repleantur*, cyphra, 0, *quae scilicet sit Nullitatis nota.*

PRO-

PROBLEMA I.

37. *Numerum ſcriptum enunciare, hoc eſt, cuilibet characteri valorem competentem aſſignare.*

1. Numerus propoſitus per commata dividatur in claſſes, tres notas unicuique aſſignando, initio à dextris facto. Non repugnat ut claſſi ſiniſtimæ tres vel pauciores notæ cedant.
2. Nota dextima poſt comma ſecundum notetur puncto apici adſcribendo & quæ poſt quartum duobus punctis, &c.
3. Comma ſolitarium per millenarios, punctum unum per milliones, duo puncta per Billiones, &c. Nota vero ſiniſtima claſſis uniuſcujuſque per centenarios, media per decades, dextima per unitates enuncietur: Sic factum eſt quod petebatur.

E. gr. Si Numerus ſequens fuerit enunciandus.

2···, 125, 473··, 613, 578·, 432, 597.

Dic: Duæ trilliones, centum & viginti quinque millia billionum una cum quadringentis ſeptuagin-

tuaginta tribus billionibus, ſexcenta & tredecim millia millionum una cum quingentis ſeptuaginta octo millionibus, quadringenta & triginta duo millia, quingenta & nonaginta ſeptem.

DEMONSTRATIO.

Omnia ſunt manifeſta per hypotheſes præmiſſas (§. 31. 34. 36.)

PROBLEMA II.

38. *Numeros quotcunque datos addere.*

RESOLUTIO.

1. Numeri dati ita ſub ſe invicem ſcribantur, ut unitates unitatibus, decades decadibus, centenarii centenariis, &c. reſpondeant (§. 4.)
2. Sub numeris ſcriptis ducatur linea recta, ad confuſionem evitandam.
3. Sigillatim addantur unitates & ſumma earum ipſis ſubſcribatur. Quodſi in ea decades reperiantur, eas decadibus numerorum datorum connumerari oportet: decadum vero ſumma ſub decadibus collocanda. Hac

opera-

operatione continuata, habebitur tandem summa quæsita.

Vel: Ex qualibet numerorum serie tot decades deleantur, quot ex iis colligi possunt, & continuo connumerentur tot unitates seriei proxime sinisteriori, quot decades abjectæ fuerint: residuum loco conveniente scribatur, ut ante.

E. gr. si numeri sequentes fuerint addendi,

3578
524
63
4165

Dic: 4 & 3 sunt 7, additis 8, prodeunt 15. Collocentur 5 sub unitatibus & 1 decas connumeretur decadibus datis, & dic porro 1 (sc. decas) & 6 sunt 7 (decades), additis 2 prodeunt 9; additis porro 7 habentur 16 (decades). Collocentur hæ 6 decades sub decadibus datis & reliquæ 10 decades, hoc est, 1 centenarius annumeretur centenariis datis numerorum datorum &c.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus conti-

tinet omnes unitates, omnes decades, omnes centenarios, omnes millenarios, &c. numerorum datorum, hoc eſt, omnes eorum partes. Adeoque æqualis eſt omnibus datis ſimul ſumtis (§. 30.) conſequenter ſumma eorundem eſt (§. 9.) Q. E. D.

SCHOLION I.

39. *Si numerorum datorum partes omnes tanquam unitates ſpectantur, animadvertetur, quod in ſummam exceſſus tantum numerorum ſummatorum ſupra 9 reponatur. Nam loco quindecim ſcribimus numeros 1 & 5, qui inſtar unitatum conſiderati efficiunt 6, ſunt igitur exceſſus numeri quindecim ſupra novem. Similiter loco ſexdecim ſcribimus infra ſeriem decadum 6 & infra ſeriem centenariorum 1, qui duo numeri ſimul ſumti conſtituunt 7, ſi pro unitatibus habentur, ſunt igitur exceſſus numeri ſexdecim ſupra novem &c. Hinc liquet inter ſummandum tot novenarios omitti, quot unitates ex ſumma ſeriei dexterioris in ſiniſteriorem transferuntur.*

SCHOLION II.

40. *Si igitur noſſe deſideramus, an numerus inventus ſit æqualis omnibus datis ſimul ſumtis, notentur (1) dictæ unitates à latere & operatione abſoluta addantur, ut numerus novenario-*

rum

rum inter summandum omissorum innotescat. (2) *Abjiciantur praeterea ex summa inventa novenarius quoties fieri potest, abjectorumque novenariorum numerus addatur numero inter summandum omissorum: quae summa una cum numero residuo, si quis fuerit, probe notetur.* (3) *Tandem etiam quoties ex numeris datis novenarius abjici possit & qui sit numerus residuus notetur. Quodsi enim numerus novenariorum abjectorum una cum numero residuo utrobique aequalis fuerit, numerus inventus aequatur omnibus datis simul sumtis* (§. 25.), *& hinc certi sumus nos in regularum applicatione non aberrasse* (§. 38). *Ut in exemplo praecedenti inter summandum tres novenarii omittuntur & ex summa reperta unus adhuc deleri potest, quo facto relinquuntur* 7. *Sed si ex numeris summandis* 4 *novenarii abjiciantur,* 7 *similiter relinquuntur. Quare Additio rite peracta.* Bonitas *operationis inde quoque confirmatur, si exemplum diversa ratione computatur, vel utroque modo praescripto, vel ita ut una vice ascendendo altera vero descendendo summatio numerorum ejusdem seriei perficiatur. Idem enim error non facile committitur, si diversa ratione computatur.*

SCHOLION III.

41. *Mathematici signum peculiare adhibent, quo* Additionem *indigitant, scilicet signum* +, *quod per* plus *efferri solet. Adeoque* Summam *duorum numerorum* 3 *atque* 7 *ita* (3+7) *scribunt.*

SCHO-

SCHOLION IV.

42. *In additione composita tot delentur, quot collecti integrum speciei proxime majoris efficiunt & pro unoquoque unitas reponitur in serie proxime sequenti. E. gr. ex Nummis toties delentur 12, quoties fieri potest & eorum loco additur unitas Grossis, quia 12 Nummi conficiunt Grossum. Ex grossis abjiciuntur simul 24 & eorum loco 1 Thaleris connumeratur, quia Thalerus 24 grossis constat. Eodem modo progredimur in casibus reliquis. Ut:*

15 *thal.*	20 *groß.*	10 *num.*
28	14	2
30	16	6
75 *thal.*	3 *groß.*	6 *num.*

PROBLEMA III.

43. *Numerum minorem e majore subtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus minor ea lege majori subscribatur, quemadmodum in Additione præcepimus (§. 38.)
2. Sub numeris hisce ducatur linea recta.

3. Sub-

3. Subtrahantur sigillatim unitates ab unitatibus, decades à decadibus, centenarii à centenariis &c. & residua singula loco conveniente infra lineam scribantur, nempe residuum unitatum sub unitatibus, decadum sub decadibus &c.

4. Quodsi nota major à minore veniat subtrahenda, ex sinisteriore loco in dexteriorem transferatur unitas, quæ (§. 36.) hic decem valebit. Sic à numero decade aucto subtractio fieri potest: numerus vero in loco sequenti unitate mulctatus puncto notetur.

5. Denique si in loco sinisterio o reperiri contingat, transeundum est tamdiu versus sinistram, donec inveniatur numerus, à quo mutuetur 1, hac ratione perinde est ac si in loca vacua 9 & in eum; ubi subtractio fieri nequit, 10 ponerentur (§. 36).

Juxta has regulas numerum quemcunque datum ex alia quocunque majore subtrahere licet.

E. g. Si numeri sequentes fuerint à se invicem subtrahendi.

98.	0.	0.	4.	0.	34.	59
47	4	3	8	6	52	63
50	5	6	5	3	81	96

Dic: demtis 3 ex 9 relinquuntur 6 unitates, unitatibus infra lineam subscribendæ. Dic porro 6 (sc. decades) ex 5 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4 in loco proxime sequenti, remanebunt itaque in eo 3 & habeo 15 loco 5. Ablatis ergo 6 ex 15 remanent 9 decades, decadibus infra lineam scribendæ. Quo facto perge & dic: 2 ex 3 subducta relinquunt 1: 5 ex 3 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4, quo in locum vacuum delato habeo in eo 10. Inde si 1 aufero, remanent in eo 9 & loco 3 obtineo 13. Subductis jam 5 & 13 relinquuntur 8, & demtis 6 ex 9 relinquuntur 3. Quia 8 ex 3 denuo subtrahi nequeunt, mutuetur 1 ab 8 & transferatur in locum vacuum primum, sic habeo in hoc 10 & in illo adhuc 7. A 10 mutuetur 1 & transferatur in locum vacuum alterum versus dextram, remanebunt ibi loco 10 adhuc 9 & hic habeo 10. A quo si mutuetur denuo 1, restabunt in eo adhuc 9 & loco 3 obtineo 13. Jam dic: demtis 8 ex 13. relinquuntur 5: 3 ex 9 relinquuntur 6; 4 ex 9 relinquuntur 5. Quodsi residuum semper infra lineam loco convenienti scribatur, habetur numerus quæsitus.

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus continet residuum omnium unitatum, omnium decadum, omnium centenariorum, omnium millenariorum &c. hoc est residuum omnium partium. Quoniam vero residuum omnium partium simul sumtum integro residuo æquale (§. 30.); numerus inventus est residuus, qui relinquitur, si numerus unus ab altero auferatur, consequenter una cum numero ablato alteri datorum æqualis. Per regulas ergo datas Subtractio absolvitur (§ 12.) Q. E. D.

SCHOLION I.

44. *Quodsi nosse desideres, an operatio rite fuerit peracta, addatur juxta Problema II.* (§. 38) *numerus inventus datorum minori. Summa erit major* (§. 12.)

9	8.	0.	0.	4.	0.	3	4.	5	9
4	7	4	3	8	6	5	2	6	3
5	0	5	6	5	3	8	1	9	6
9	8	0	0	4	0	3	4	5	9

SCHOLION II.

45. *Signum* Subtractionis *est* —, *quod per* minus *efferri solet*: *hinc* differentia *duorum numerorum ut* 8 & 5, *ita* (8—5) *scribitur & effertur*: 8 minus 5.

SCHOLION III.

46. *Subtractio composita a priori in eo tantum differt, quod unitas à specie majore mutuo petita non* 10, *sed tot unitates valet, quot unitates speciei minoris constituunt valorem unitatis speciei majoris, e. gr. unitas a Grossis mutuo sumta in loco Nummorum valet* 12; *econtra unitas a Thaleris mutuo sumta in loco Grossorum valet* 24; *unitas à Libris mutuo sumta in loco semiunciarum valet* 32; *ut*:

Si ex	12 *thal.*	18 *gros.*	4 *num.*	*ex*	32 L.	17 S.
subtrahas	8	20	6		12	24
remanent	3 *thal.*	21 *gr.*	10 *num.*		19 L.	25 S.

PROBLEMA IV.

47. *Abacum* Pythagoricum, *hoc est*, *Tabulam construere, in qua facta ex singulis digitis in singulos repræsentantur.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Latera quadrati alicujus ſingula in 9 partes æquales dividantur & per lineas tranſverſas in areolas area ejus reſolvatur.
2. In ſerie horizontali ſumma & laterali ſiniſtima ſcribantur novem notæ numericæ, ſeu ſinguli digiti.
3. Addantur 2 ſibi invicem, & productum 4 ponatur infra 2: cui addantur porro 2, erit 6 productum ex 3 in 2: ad 6 addantur denuo 2, ſic obtinebis 8 productum ex 2 in 4.
4. Quodſi eadem lege reliqui numeri inveſtigentur & in ſuas areolas convenienter inferantur, Abacus Pythagoricus erit confectus, qui erat conſtruendus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

SCHOLION.

48. *Abacum* Pythagoricum *memoriæ mandare tenetur multiplicationem ac divisionem expedite absoluturus. Quamdiu vero memoriæ infixus non est, ad manus esse debet, quoties multiplicas aut dividis.*

PROBLEMA V.

49. *Numerum quendam datum per alium datum multiplicare.*

RESOLUTIO.

1. Numerus unus ita scribatur sub altero, ut in Additione factum (§. 38.)

2. Du-

2. Ducatur ſub iis linea recta.
3. Infra hanc ex Abaco *Pythagorico* ſcribantur ſingula producta ex ſingulis numeri inferioris notis in ſingulas ſuperioris, ea quidem lege, ut decades cujuslibet producti annumerentur producto proxime ſiniſteriori & quælibet productorum ſeries uno loco ſiniſtram verſus promoveatur.
4. Tandem producta partialia addantur (§. *cit.*); eorum aggregatum erit factum quæſitum.

E. gr. Si 38476 per 35 multiplices, numeros ſibi invicem ſubſcribe modo ſequenti.

```
   38476
      35
 -------
  192380
 115428
 -------
 1346660
```

Et dic: quinquies 6. ſunt 30. Scribe o ſub 5 & dic porro: quinquies 7 ſunt 35, additis 3 antea reſiduis prodeunt 38. Pone 8 juxta o verſus ſiniſtram & dic porro: quater 5 ſunt 20, additis 3 proveniunt 23. Scribe itaque 3 jux-

ta 8 & dic: quinquies 8 ſunt 40, additis 2 proveniunt 42. Scribe 2 juxta 3 & dic denuo: ter 5 ſunt 15, additis 4 proveniunt 19. Colloca 19 juxta 2, quo facto numerus ſuperior quinquies ſumtus eſt. Nec abſimili modo procede cum 3 dicendo: ter 6 ſunt 18. Scribe 8 loco uno ulterius ſiniſtram verſus & dic porro. ter 7 ſunt 21, addito 1 prodeunt 22. Scribe 2 juxta 8 verſus ſiniſtram & ita porro. Tandem hi duo numeri addantur, ſumma 1346660 erit productum quæſitum.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis & Abaci *Pythagorici* (§. 47.) prima ſeries numerorum, qui adduntur, numerum ſuperiorem toties continet, quoties nota inferioris prima verſus dextram unitatem. Et quia ſeries ſubſequentes continue nota una ſiniſtram verſus promoventur, quælibet earum numerum ſuperiorem toties continet, quoties quælibet ſubſequens numeri inferioris nota unitatem (§ 36.) Adeoque ſi ſingulæ ſeries addantur; ſumma numerum ſuperiorem toties contineat neceſſe eſt, quoties unitatem (§. 9.) Conſequenter numerus ſuperior per inferiorem multiplicatus eſt (§. 15.) Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

50. *Si factoribus cyphræ adhæreant, producto invento eædem adjunguntur, ut ex sequentibus exemplis manifestum.*

386	4750
200	300
77200	1425000

Alias adhuc notandum, quod signum multiplicationis *sit punctum unicum* (.), *e. gr. si simpliciter indicare volo, quod* 3 *per* 4 *sint multiplicanda; scribo* (3 . 4), *quod denotat factum ex* 3 *in* 4. *Quodsi productum dividatur* (§. 51.) *per alterutrum numerorum datorum, e. gr.* 1346660 *per* 35 *proveniet numerus datorum alter* 38476. *Et hoc est examen, utrum multiplicatio rite fuerit peracta nec ne* (§. 15. 17).

PROBLEMA VI.

51. *Numerum datum per alium minorem dividere.*

RESOLUTIO.

Casus I. Si divisor unica fuerit nota,

1. Scribatur is sub nota numeri dividendi sinistima, aut, si ea minor fuerit

ſub proxime ſequente, ac inveſtigetur, quoties in nota vel notis ſuprascriptis contineatur. Numerus, qui hoc indicat, ponatur dextram verſus poſt lunulam loco quoti.

2. Quotus ducatur in diviſorem & productum ex nota vel notis ſupraſcriptis dividendi ſubtrahatur & his deletis, ſi quod fuerit reſiduum, ſupraſcribatur.

3. Diviſor ad notam ſubſequentem verſus dextram promoveatur, & denuo inveſtigetur, quoties is in notis ſupraſcriptis contineatur. Reliqua peragantur ut ante.

Quodſi hæc operatio per ſingulas dividendi notas continuetur, quotus invenietur.

E. gr. Sit numerus 7856 dividendus per 3.

```
1  12
7856 ( 2618
3333
```

Pone 3 ſub 7 & dic: 3 in 7 continentur bis. Scribe 2 poſt lunulam loco quoti & dic porro: bis 3 ſunt 6: ablatis 6 ex 7 remanet 1. Promove 3 ſub 8 & dic: 3 in 18 continentur ſexies.

ſexies. Junge 6 primæ quoti parti & dic: ter 6 ſunt 18: demtis 18 ab 18 relinquitur nihil. Quod ſi eadem ratione pergatur, quotus tandem integer prodit 2618 & binarius 2 remanet: id quod indicio eſt, numerum propoſitum in tres partes æquales exacte dividi non poſſe.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Abaco *Pythagorico* conſtat, quoties quilibet digitus in facto ex quolibet digito in quemlibet contineatur (§. 47.); liquet numerum inventum indicare, quoties diviſor in millenariis, centenariis, decadibus & unitatibus, hoc eſt, in numero propoſito (§. 30.) contineatur. Eſt igitur quotus quæſitus & numerus propoſitus per alterum diviſus (§. 17.) Q. E. D.

CASUS II. Si Diviſor ex notis pluribus conſtet,

1. Siniſtima ejus nota ſcribatur ſub nota ſiniſtima dividendi & reliquæ dexteriores ſub proxime ſequentibus verſus dextram, fiatque ut ante poſt numerum lunula, ne quotus cum numero dividendo confundatur.
2. Ope Abaci *Pythagorici* inveſtigetur, quoties

quoties prima diviſoris nota in prima dividendi contineatur (§. 47).

3. Numerus inventus ducatur in diviſorem integrum & diſpiciatur, utrum factum ex numeris ſupraſcriptis ſubtrahi poſſit, nec ne.

4. Si Subtractio fieri queat, ſcribatur is loco quoti poſt lunulam & ſubtractio actu peragatur. Numeri, ex quibus ſubtractio fit, lineola tranſverſa deleantur, & qui reſidui fuerint, ſupraſcribantur. Quodſi vero ſubtractio non ſuccedat, loco quoti ſumatur numerus unitate vel aliquot unitatibus minor, donec factum ex eo in diviſorem ex iis auferri queat.

5. Diviſor loco uno verſus dextram promoveatur & reliqua ut ante peragantur; donec diviſor ulterius promoveri nequeat: Sic factum eſt, quod petebatur.

6. Si noſſe deſideras, utrum diviſio legitime ſit peracta nec ne, quotus ducatur in diviſorem & facto addatur, ſi quod à diviſione fuerit reſiduum; hac ratione emergit dividendus.

E. gr.

E. gr. ſit numerus 7856. dividendus per 32. Scribe 32 ſub 78 & dic: 3 in 7 continentur bis. Duc 2 in 32, prodeunt 64. Quia hoc factum ex 78 ſubtrahi poteſt, 2 ſcribe poſt lunulam loco quoti & subtractione peracta reſiduoque 14 ſuprascripto ſupra 78, diviſorem loco uno promove & dic: 3 in 14 continentur quater. Duc 4 in 32 emergunt 128. Quia hoc factum ex 145 auferri poteſt: repone 4 in loco quoti poſt lunulam & ſubtractione peracta reſiduoque 17 ſupraſcripto ſupra numeros deletos, diviſorem denuo loco uno promove & dic: 3 in 17 continentur quinquies. Duc 32 in 5. Quoniam factum 160 ex 176 ſubtrahi poteſt: junge 5 quoto invento & facta ſubtractione reſiduum 16 ſupraſcribe ſupra numeros deletos. Numerus inventus 245 erit quotus quæſitus.

```
 1 1
 147
7856 ( 245
3222
 33
```

Examen:

```
  245
   32
 ----
  490
 735
 ----
 7840
   16
 ----
 7856
```

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Eadem fere eſt demonſtratio, quæ in caſu primo, hoc unice notato, quod, cum ex Abaco *Pythagorico* conſtare nequit, quoties diviſor integer in notis dividendi ſupraſcriptis contineatur, interea ſupponatur toties illum in his contineri, quoties ſiniſtima diviſoris nota continetur in ſiniſtima aut duabus ſiniſtimis dividendi notis. Licet enim hæc ſuppoſitio ſubinde fallat, in errorem tamen inducere nequit, quia examen mox inſtituitur, cum factum ex diviſore in quotum juxta eam inventum cum dividendo comparatur, & pſeudoquotus unitate tamdiu minuitur, donec in verum abeat. Examen indicatum ex Definitionibus Multiplicationis [§. 15.] & Diviſionis [§. 17.] manifeſtum eſt.

DEFINITIO VII.

52. Si duo numeri [4 & 12] ita inter ſe comparantur, ut eorum differentia [8] per ſubtractionem inveſtigetur,

tur, relatio eorum, quam ad se invicem habent, *Ratio Arithmetica* vocatur: Quodsi vero respiciatur ad quotum (3) per divisionem inventum, *Ratio Geometrica* vel simpliciter *Ratio. Quotus*, qui indicat quoties numerus minor in majore contineatur *Nomen* sive *Exponens Rationis* dicitur.

DEFINITIO VIII.

53. Si in duabus vel pluribus Rationibus Arithmeticis (3. 5 & 6. 8.) differentia membrorum; in Geometricis (3. 12. & 5. 20.). Exponens Rationis idem fuerit, *Similes* dicuntur & earum similitudo *Proportio*. Rationes similes etiam *Rationes æquales* vocantur.

SCHOLION.

54. *Numeri, qui sunt in Proportione Arithmetica scribuntur ita* 3. 5 ˙.˙ 6. 8, *vel melius, meo more* 3 — 5 = 6 — 8, *qui in Geometrica juxta se invicem collocantur, ita* 3.12 : : 5.20, *vel melius cum* Dn. LEIBNITIO 3 : 12 = 5 : 20. *Utraque sic effertur:* Ut numerus primus se habet vel est ad secundum ita tertius ad quartum. *Hic loquendi modus in casu primo hunc habet sensum: Quantum numerus primus major vel minor*

minor eſt ſecundo, tantum tertius numerus major vel minor eſt quarto. In caſu vero altero is ſic explicandus. Quoties numerus primus continet ſecundum vel in illo continetur; toties tertius continet quartum vel in illo continetur.

DEFINITIO IX.

55. Interdum membrum ſecundum vicem ſuſtinet tertii, & tunc *Proportio* dicitur *continua*. Si ea fuerit Arithmetica ſic ſcribitur: ∻ 3. 6. 9, vel etiam 3 — 6 = 6 — 9, ſi fuerit Geometrica ſic ∺ 3. 6. 12, vel etiam 3 : 6 = 6 : 12.

DEFINITIO X.

56. Series numerorum in Arithmetica vel etiam in Geometrica Ratione progredientium, *Progreſſio* vocatur. Ita in caſu primo 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: in altero 3. 6. 12. 24. 48. 96. Et quidem prima *Arithmetica*; ſecunda vero *Geometrica Progreſſio* dicitur.

AXIOMA IX.

57. *Rationes duæ eidem tertiæ æquales ſunt etiam æquales inter ſe.*

E. gr.

E. gr. 1 : 4 = 3 : 12 & 1 : 4 = 5 : 20. *Ergo* erit quoque 3 : 12 = 5 : 20.

THEOREMA I.

58. *Si duos numeros (3 & 6) per eundem numerum (4) multiplices; facta (12 & 24) sunt inter se ut numeri (3 & 6), qui multiplicantur.*

DEMONSTRATIO.

Si enim numerum aliquem (4) per duos alios (3 & 6) multiplicem, is in facto secundo toties sæpius continetur quam in primo, quoties numerus primus (3) in secundo (6) continetur (§. 15.). Ita quia in nostro exemplo 6 duplum ipsius 3; sumo quoque ipsum 4 duplo majus, si per 6, quam si per 3 multiplicem, siquidem triplum bis sumtum sextuplum adæquat. Scilicet in casu primo sumo 4 ter; in altero bis ter. Patet igitur, quod factum primum (12) in secundo (24) toties contineatur, quoties primus multiplicatorum numerus (3) in secundo (6), in universo nempe exemplo bis Q. E. D.

COROLLARIUM.

59. Si duos numeros per eundem tertium dividas, quoti ſunt inter ſe ut numeri, qui dividuntur: etenim conſiderari poſſunt ut orti ex multiplicatione quotorum per diviſorem (§. 15. 17).

DEFINITIO XI.

60. *Fractio* vocatur, ſi integrum in partes æquales exacte dividatur & ſumantur una vel aliquot earum.

HYPOTHESIS IV.

61. *Ea duobus numeris deſignatur ſupra ſe invicem poſitis, cum lineola interjecta quorum inferior indicat, in quot partes æquales integrum ſit diviſum; ſuperior vero, quot earum partium ſint ſumendæ. Ille* Denominator; *hic* Numerator *dicitur.*

E. gr. Thalerus in 3 partes æquales dividi oportet, ut 2 earum obtineam, ſcribo fractionem hoc modo: $\frac{2}{3}$.

COROLLARIUM I.

62. Hinc magnitudo fractionis æſtimatur ex ratione numeratoris ad denominatorem.

Nam

Nam si ille in hoc pluries continetur, fractio erit minor, ut $\frac{5}{47}$, major, si paucies ut $\frac{2}{5}$. Sed si numerator unius toties contineatur in denominatore suo, quoties numerator alterius in suo continetur, fractiones æquales sunt, ut $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{50}$. Et hinc si numerator major denominatore, fractio integro major est, ut $\frac{35}{24}$. Nam $\frac{24}{24}$ est integrum & habeo insuper $\frac{11}{24}$.

COROLLARIUM II.

63. Si igitur numerator & denominator fractionis alicujus ($\frac{4}{6}$) per eundem numerum (2) multiplicentur aut dividantur; fractiones emergentes ($\frac{8}{12}$ & $\frac{2}{3}$ datæ ($\frac{4}{6}$) æquales sunt (§. 58. 59.)

PROBLEMA VII.

64. *Fractionem tollere*, hoc est, *invenire fractionem datæ* ($\frac{20}{48}$) *æquivalentem, sed minoribus numeris expressam.*

RESOLUTIO.

Dividatur tam denominator (48) quam numerator (20) fractionis datæ ($\frac{20}{48}$) per eundem numerum (4): quoti (12 & 5) componunt (§. 63) fractionem novam ($\frac{5}{12}$).

PROBLEMA VIII.

65. *Fractiones diversas ad eandem denominationem reducere*, hoc est, *loco fractionum quarundam, quæ diversos habent denominatores alias invenire, quæ communi denominatore gaudent & datis æquales sunt.*

RESOLUTIO.

1. Si 2 fractiones dentur, quælibet integra multiplicetur per denominatorem alterius.
2. Si plures dentur, tam numerator, quam denominator uniuscujusque ducatur in factum ex denominatoribus reliquarum (§. 63).

Exemplum.

$$5)\,\tfrac{2}{3},\quad 3)\,\tfrac{4}{5} = \tfrac{10}{15},\ \tfrac{12}{15}$$

$$24)\,\tfrac{2}{3},\quad 12)\,\tfrac{1}{6},\quad 18)\,\tfrac{3}{4} = \tfrac{48}{72},\ \tfrac{12}{72},\ \tfrac{54}{72}.$$

PROBLEMA IX.

66. *Fractiones addere.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Cum denominatores ſint nomina (§. 61); numeratores tantum adduntur. Quoniam vero tantum numeri ejuſdem ſpeciei componi poſſunt (§. 4); fractiones ad eandem denominationem prius ſunt reducendæ (§ 65), ſi diverſos habent denominatores.

Exemplum

$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}=1\frac{7}{15}$ (§. 62).

$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{48}{72}+\frac{12}{72}+\frac{54}{72}=\frac{114}{72}=1\frac{42}{72}$
$=1\frac{7}{12}$ (§. 62. 64).

PROBLEMA X.

67. *Fractionem datam ex alia data ſubtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Si fractiones datæ diverſos habent denominatores, reducantur ad eandem denominationem (§. 65).
2. Numerator unius ex numeratore alterius ſubducatur & reſiduo denominator communis ſubſcribatur.

 E. gr.

E. gr. $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum demonſtratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA XI.

68. *Fractionem per fractionem multiplicare.*

RESOLUTIO.

Numeratores per ſe invicem multiplicentur, & denominatores; facta conſtituunt fractionem quæſitam.

E. gr. $\frac{2}{3}\ \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ & $\frac{4}{5}.\ \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

DEMONSTRATIO.

Si fractio per fractionem multiplicanda, invenienda eſt pars ejus (§. 15. 60). E. gr. $\frac{4}{5}$ per $\frac{3}{7}$ multiplicare idem eſt ac $\frac{4}{5}$ in 7 partes dividere & 3 earum partium auferre (§. 61), hoc eſt $\frac{4}{5}$ per 7 dividere & quotum per 3 multiplicare. Quoniam vero denominator tantum nomen (§. *cit.*); numerator fractionis multiplican-

candæ per denominatorem alterius proprie dividendus eſt, ita numerator 4 fractionis $\frac{4}{5}$ per denominatorem 7 fractionis $\frac{3}{7}$. Ut vero dividi queat, fractio multiplicanda in aliam mutanda eſt: quod fit, ſi per denominatorem multiplicatoris 7 multiplicetur (§. 63), ut $\frac{28}{35}$ loco $\frac{4}{5}$ obtineantur. Cujus pars ſeptima eſt $\frac{4}{35}$. Quodſi hæc fractio ter ſumatur: proveniunt $\frac{12}{35}$. Jam cum inanis eſſet labor, ſi numerator 4 primo per denominatorem 7 multiplicaretur & poſtea factum per eundem rurſus divideretur; multiplicatur ſimpliciter denominator 5 per 7 & numerator 4 per 3. Q. E. D.

SCHOLION I.

69. *Unde non mirum, quod factum factoribus minus, cum revera diviſio ſit, quæ multiplicatio vocatur. Si enim multiplicem e. gr. per $\frac{1}{2}$, ſumo multiplicandum duplo minus & ſic revera in duas partes dividitur & unam earum obtineo.*

SCHOLION II.

70. *Vix autem opus eſt, ut annotemus, ſi fractio per numerum integrum multiplicanda, ducen-*

dum esse solum numeratorem in integrum numerum datum, quia denominator tantum nomen (§. 61). *E. gr. factum ex* $\frac{3}{7}$ *in* 2 *est* $\frac{6}{7}$. *Eodem quoque modo egimus in demonstratione.*

PROBLEMA XII.

71. *Fractionem* ($\frac{4}{5}$) *per aliam fractionem* ($\frac{2}{3}$) *dividere.*

RESOLUTIO.

1. Fractio, per quam divisio fieri debet, invertatur, e. gr. loco $\frac{2}{3}$ scribatur $\frac{3}{2}$.
2. Quo facto multiplicetur ut in Problemate antecedente (§. 68); ita prodit quotus $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$ (§. 62) $= 1\frac{1}{5}$ (§. 64).

DEMONSTRATIO.

Si fractio una per alteram dividitur, quæritur, quoties una in altera contineatur (§. 17). Quodsi fractiones ad eandem denominationem reducantur, earum una toties continetur in altera, quoties numerator unius in numeratore alterius, quia in hac comparatione denominator com-

communis utpote commune nomen rerum, quæ numerantur, in consiserationem minime venit (§. 61). Enimvero dum fractiones duæ ad eandem denominationem reducuntur, numerator primæ enascitur ex numeratore ipsius dato in denominatorem secundæ; numerator vero secundæ ex ipsius numeratore dato in denominatorem primæ ducto (§. 65). Obtinemus adeo numeros per se invicem dividendos, si divisor inversus in fractionem dividendam ducatur. Q. E. D.

DEFINITIO XII.

72. Si numerus quicunque (2) in se ipsum ducatur; factum (4) *Numerus quadratus*; ipse autem hujus intuitu *Radix quadrata* appellatur.

DEFINITIO XIII.

73. Si numerus quadratus (4) porro per radicem (2) multiplicetur: factum novum (8 *Numerus cubicus*, & radix (2) ejus intuitu *Radix cubica* dicitur.

DEFINITIO XIV.

74. Ex numero dato *radicem quadratam extrahere* idem eſt ac invenire numerum, qui in ſe ipſum ductus numerum datum producit.

DEFINITIO XV.

75. E contra ex numero dato *radicem cubicam extrahere*, ſignificat invenire numerum, qui in ſuum quadratum ductus numerum datum producit.

SCHOLION.

76. *Radices quadratas ac cubicas extracturus omnium digitorum numeros quadratos & cubicos noſſe debet, quos ſequens Tabula exhibet.*

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubici	1	8	27	64	125	216	343	512	729

PROBLEMA XIII.

77. *Ex numero quocunque dato radicem quadratam extrahere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Numerus propoſitus diſtinguatur in claſſes, binas notas claſſi unicuique aſſignando, initio à dextra facto: tot enim erunt partes radicis, quot claſſes habentur. In claſſe ſiniſtima interdum nonniſi nota unica relinquitur.

2. In *Tabula radicum* (§. 76) quæratur numerus quadratus ad eum, qui claſſem ſiniſtimam occupat proxime accedens & ex ipſo ſubtrahatur: radix vero ejus in loco quoti ſcribatur.

3. Quoti inventi duplum ponatur ſub nota ſiniſtima claſſis ſubſequentis & inde porro ſiniſtrorſum, ſi ex notis pluribus conſtiterit: dividatur more ſolito & quotus in loco convenienti ſcribatur: ita habetur pars ſecunda radicis.

4. Idem quotus ponatur quoque ſub nota dextima illius claſſis & factum ex numero ſubſcripto integro in quotum modo inventum a numero quadrato ſuperiore ſubducatur.

5. Quod-

5. Quodsi operatio juxta regulam tertiam & quartam in reliquis classibus iteretur; prodibit radix quæsita.

6. Si radix ducatur in se ipsam, prodibit numerus datus quadratus. Et hoc est examen, ex quo patet, utrum operatio rite sit peracta nec ne (§. 74).

1 | 79 | 56 (134	*Examen*: 134
1 | : : : :	134
79 : :	536
~~23~~ : :	402
69 : :	134
10 | 56	17956
~~2~~ | ~~64~~	
10 56	
0	

SCHOLION.

78. *Si numerus propositus non est verus quadratus, haberi possunt* 10 *particulæ*, 100 *particulæ &c. si* 2, 3 *&c. cyphræ dextrorsum adjungantur & operatio continuetur. Si enim unitas in numero quadrato in* 100 *partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in* 100); *radix in decem partes dividitur* (§. 72). *E. gr. si fuerit extrahenda radix quadrata ex* 345, *operatio sic procedit.*

```
3|45            (18 57/100
1| : :
————————
2|45
  28
2 24
——————
 21.|0.0
  3  65
 18  25
————————
  2  7.5.|0.0
     37   07
  2  59   49
————————
     15   51
```

Extractionem radicis quadratæ examinaturus numerum inventum ducat in ſe ipſum & facto reſiduum addat: Quodſi numerus propoſitus cum tot cyphris, quot adjunctæ fuerunt, prodeat; operatio rite peracta (§. 74). *E. gr.*

```
      1857
      1857
  ---------
     12999
     9285
    14856
    1857
  ---------
   3448449
      1551
  ---------
   3450000
```

PRO-

PROBLEMA XIV.

79. *Ex numero dato radicem cubicam extrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datus distinguatur in classes, tres notas unicuique assignando, initio a dextris facto. Etenim ex tot notis radix componitur, quot classes emergunt.

2. In Tabula radicum (§. 76.) quæratur numerus cubicus ad eum, qui in classe sinistima continetur maxime adpropinquans atque ab hoc subtrahatur: ejus vero radix in loco quoti scribatur. Ita habetur pars prima radicis.

3. Quoti inventi quadratum triplum scribatur loco divisoris sub nota sinistima classis subsequentis & inde porro sinistrorsum, si ex pluribus notis constiterit, & dividatur more consueto: prodibit pars secunda radicis.

4. Divisor ducatur in novum quotum & productum sub eo scribatur; sub nota

vero

vero media classis ejusdem terminetur factum ex triplo quadrato novi quoti in antecedentem; sub dextima denique cubus novi quoti. Hæc tria facta in unam summam collecta ex notis numeri cubici suprascriptis subtrahantur.

5. Quodsi operatio per reliquas classes juxta regulam tertiam & quartam continuetur; prodibit radix quæsita.

	47 | 437 | 928 (362
	27 | : : : : : :
	20 | 437 : : :
Divisor	(27) : : : : :
Fact. ex Div. in N. Q.	16 2 : : : : :
— ex tr. □ N. Q. in P.	3 24 : : : :
Cubus novi Quoti	216 : : :
Summa Factorum	19 656 : : :
	781 | 9. 28
Divisor	(388 8) : :
Fact. ex Div. in N. Q.	777 6 : :
— ex tr. □ N. Q. in P.	4 32 :
Cubus novi Quoti	8
Summa Factorum	781 928
	000 000

SCHO-

SCHOLION.

80. *Quodsi unitas in numero cubico in 1000 partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in 1000); radix in decem partes dividitur (§. 73). Hinc si numerus aliquis datus non est verus cubus, adjungantur dextrorsum 3 cyphræ pro decem particulis, adhuc tres pro centum particulis &c. & operatio juxta regulam ordinariam continuetur. E. gr. Si fuerit extrahenda radix cubica ex 3.*

```
3 000 000 ( 1 44/100
1 : : :
———————
2. 000
( 3 ): :
1 2 : :
  48 :
   64
——————————
 1 744
————————————
    256. 0.0. 0
    (58 8): :
   235 2 : :
       6 7 2 :
           6 4
——————————————
 2 4 1 9 8 4
——————————————
   1 4 0 1 6
```

Extrac-

Extractionem radicis cubicæ examinaturus numerum inventum ducat in se ipsum & factum denuo in eundem. Producto posteriori addat, si quod fuerit, residuum. Quodsi numerus propositus cum tot cyphris, quot annexæ fuerunt, prodeat, operatio legitime peracta (§. 75).

Examen: 144 Radix.

```
         144
        ----
         576
        576
       144
   ----------
       20736 Numerus Quadratus.
         144
   ----------
       82944
      82944
     20736
   ----------
     2985984
       14016
   ----------
     3000000 Numerus Cubicus.
```

THEOREMA II.

81. *In proportione Geometrica factum ex membro primo in quartum æquatur facto ex secundo in tertium.*

```
3 . 6 : : 4 . 8
    4         3
   --        --
   24   =    24
```

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo, quartum verò tertio in exponentem rationis ducto (§. 53). Si igitur membrum primum ducatur in quartum, factum enaſcitur ex primo & tertio membro atque exponente rationis. Si membrum ſecundum ducatur in tertium, factum ſimiliter ex primo & tertio membro atque exponente rationis enaſcitur. Conſequenter facta ſunt inter ſe æqualia (§. 26.). Q. E. D.

COROLLARIUM

82. Quamobrem ſi tres numeri fuerint proportionales, ita ut medius duobus fungatur locis (§. 55); factum extremorum æquatur medii quadrato (§. 72).

THEOREMA III.

83. *Si quatuor numeri vel quantitates proportionales fuerint, erit quoque* permutando *ut prima ad tertiam ita ſecunda ad quartam.*

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo in exponentem rationis ducto; quartum vero

ro tertio in eundem exponentem ducto (§. 53). Est ergo membrum secundum ad quartum ut primum ad tertium (§. 58). Q. E. D.

PROBLEMA XV.

84. *Inter duos numeros (8 & 72) medium Geometrice proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Datorum unus (72) multiplicetur per alterum (8).
2. Ex facto (576) extrahatur radix quadrata (24) (§. 77); qui erit numerus quæsitus (§. 82).

PROBLEMA XVI.

85. *Datis tribus numeris (3, 12, 5) quartum; aut duobus, tertium Geometrice proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Secundus (12) ducatur in tertium (5), aut in altero casu secundus in se ipsum.

2. Factum (60) dividatur per primum (3). Quotus (20) est quartus (§. 81), in altero casu tertius quæsitus (§. 82).

SCHOLION I.

86. *Resolutio hujus Problematis vulgo* Regula trium *appellatur, quia ex tribus numeris invenitur quartus. Usus ejus amplissimus tam in vita communi, quam in Scientiis. Facile autem apparet, hac regula nullibi esse utendum, nisi ubi de numerorum datorum proportione constiterit.* E. gr. *Sit vas ingens aqua repletum per exiguum in fundo foramen effluxura, si aperiatur. Ponamus, intra 2 minuta prima effluere 3 congios. Inveniri debet, quanto tempore 200 congii effluant. Tres in hoc casu dantur numeri, quartus inveniendus. Enimvero notum est, aquam sub initium celerius, postea tardius effluere, consequenter quantitatem aquæ effluentis non esse tempori proportionalem. Quamobrem hæc quæstio per Regulam trium solvi nequit.*

SCHOLION II.

87. *Quæ in commercium veniunt, pretiis suis proportionalia sunt. Qui enim duplum mercis accipit, duplum: qui triplum accipit, triplum pretium solvit. Dato igitur pretio quantitatis cujusdam determinatæ mercis, per Regulam trium invenitur pretium quantitatis cujuscunque alterius datæ, aut quantitas mercis dato cuicunque alteri pretio respon-*

respondens. E. gr. *pretium* 3 *librarum sunt* 4 *thaleri, quantum est pretium* 17 *librarum? Hic manifestum est, toties* 3 ℔ *in* 17 ℔ *contineri debere, quoties* 4 *thaleri utpote pretium* 3 *librarum continentur in pretio* 17 *librarum, quod quæritur & juxta Regulam trium ita invenitur.*

3 ℔ — 17 ℔ — 4 Th.
4 2
——
68 68 (22 $\frac{2}{3}$ th.
33

Item; 3 *libra veneunt* 4 *th. quot* 22 $\frac{2}{3}$ *thaleris? Hic iterum manifestum, toties pretium* 3 *librarum scilicet* 4 *th. in pretio librarum quæsitarum scilicet* 22 $\frac{2}{3}$ *th. contineri debere, quoties* 3 *libræ continentur in libris quæsitis; harum numerus per Regulam trium ita innotescit:*

4 Th. — 22 $\frac{2}{3}$ Th. — 3 ℔
3
——
68 *
68 (17 ℔
**

Hinc simul patet, quomodo Regula trium examinetur, hoc est, inveniatur, utrum operatio per eam rite peracta, nec ne.

SCHOLION III.

88. *Similiter merces operariorum est tempori proportionalis, quo labore defunguntur; etiam*

quantitas laboris eidem tempori proportionalis, si æqualibus articulis æqualia pensa absolvuntur; eadem numero operariorum proportionalis, si pensa æqualia singuli absolvunt &c. E. gr. Intra 1 *horam* 6 *libri folia perleguntur : Quanto horarum spatio* 360 *perlegi poterunt? Numerus desideratus invenitur juxta Regulam trium ita :*

6 F. — 360 F. — 1 H.
1
———
360
66 (60 Horæ.

SCHOLION IV.

89. *Si numeri dati fuerint diversæ speciei, non eandem proportionem habent, quam res ipsis respondentes: ad eandem igitur speciem reducendi priusquam Regula trium uti licet. Ita Thaleri in Grossos, Grossi in Nummos, Libræ in Semiuncias, Horæ in Minuta &c. convertuntur. E. gr.* 3 *Libræ & 4 Semiunciæ veneunt* 2 *Thaleris &* 4 *Grossis, quanti Libræ* 2 ? *Calculus talis est :*

3 ℔ 4 S — 2 ℔ — 2 Th. 4 gr.
32 — 32 — 24
100 S. — 64 S. — 52 gr.
52
———
128
320
———
3328

3328 ($33 \frac{28}{100}$ gr.
1100 (seu $33 \frac{7}{25}$ gr.

SCHO-

SCHOLION V.

90. *Sæpissime accidit, ut fractiones residuæ aliam totius, quam quæ usu recepta, exigant divisionem. Ita in exemplo præcedente Grossus in 25 partes dividendus; nos vero dividimus eam in 12. Quamobrem fractio alia est invenienda, quæ datæ* $\frac{7}{25}$ *æquivalet & pro numeratore habet* 12. *Jam cum numerator fractionis quæsitus in* 12 *toties contineri debet, quoties numerator datus* 7 *in suo denominatore* 25 (§. 62); *hæc quoque transmutatio per Regulam trium absolvi potest modo, qui sequitur* (§. 85).

25 — 7 — 12
7
———
84

29
84 (3 $\frac{9}{25}$ num.
25

Quoniam nummus ulterius non dividitur, fractio $\frac{9}{25}$, *quæ paulo major quam* $\frac{1}{3}$ *unius nummi, negligitur: alias poterat quoque valor ipsius similiter per Regulam trium inveniri.*

SCHOLION VI.

91. *In Scriptis Arithmeticorum* Regula trium inversa *occurrit, sed ea opus non est, si numeri, prout proportio exigit, ordinentur. E. gr.* 125 *milites operi exstruendo* 6 *menses impendunt: quantus requiritur militum numerus, ut intra* 2 *absolvatur? Evidens est, quod* 2 *menses in* 6 *mensibus toties contineantur, quoties numerus militum, qui*

opus intra 6 menses absolvunt, continetur in numero militum, qui intra 2 idem exstruunt. Quo minore enim temporis intervallo exstruitur, eo major militum numerus requiritur. En calculi typum:

2 Mens. — 6 Mens. — 125 Mil.
6
———
750

~~2~~ ~~2~~
~~7~~ ~~5~~ ~~0~~ (375 Mil.
~~2~~ ~~2~~ ~~2~~

SCHOLION VII.

92. *Interdum gemina Regulæ trium applicatione opus est, antequam numerus quæsitus innotescat: Ea vulgò pro peculiari Regula venditatur & ab aliis* Regula de quinque, *ab aliis* Regula Composita *appellatur.* E.gr. 300. *th. dant intra 2 annos usuram 36 thalerorum, quantam dabunt* 20000 *th. intra 12 annos? Hic per Regulam trium primum invenitur; quanta sit usura a 20000 expectanda intra 2 annos. Dein per eandem investigatur, quanta eadem intra 12 annos existat, modo sequenti.*

300 Th. — 20000 Th. — 36 Us.
36
———
720000

~~2~~
~~7~~ ~~2~~ ~~0~~ ~~0~~ 00
~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ 300 (2400 th.

2 A.

2 A. — 12 A. — 2400 Uſ.
12

———

28800 (14400 th.
22222

4800
24

———

28800

SCHOLION VIII.

93. *Exemplis iſtiuſmodi Regula trium ſemel applicata ſatisfacere poteſt. Cum enim bis* 300 *th. eandem dent uſuram intra* 1 *annum, quam* 300 *intra* 2 *& duodecies* 20000 *tantam intra* 1 *annum, quantam* 20000 *intra* 12; *omiſſis temporis circumſtantiis, ita inferatur: bis* 300, *id eſt* 600 *th. dant uſuram (intra annum ſcilicet)* 36, *quantam dabunt duodecies* 20000, *id eſt* 240000 *th. (itidem intra annum?)*

300 Th. 2 A. — 20000 Th. 12 A. — 36 Uſ.
2 12

———

600 240000
36 22
——— 8640000 (14400 th.
1440000 666600
72

———

8640000

Poſterior hæc methodus priori præfertur; quod in illa ad fractionum tædia ſæpe prolabimur.

SCHOLION IX.

94. *Dantur & alia exempla, in quibus iterata Regulæ trium applicatione supersedere non licet. Ita, si commune Sociorum lucrum vel damnum inter eos distribuendum, totis applicatur, quot sunt Socii. Quia enim is, qui duplum confert, duplum lucratur & amittit &c. erit ut summa collatorum ad collatum quodlibet partiale ita lucrum vel damnum commune ad lucrum vel damnum partiale ipsi respondens.* E. gr. *Lucrum commune trium personarum est* 2000 *th. Collatum Primi* 1000 *th. Secundi* 500 *th. Tertii* 300 *th. inveniri debent lucra partialia singulis convenientia. En typum calculi:*

Collatum primi 1000 Th.
secuudi 500 —
tertii 300 —

Summa collatorum 1800

1800 Th. — 1000 Th. — 2000 Th.
2 000

***   2000000
*2222
2*****00 (1111 $\frac{2}{18}$ th. Lucrum primi.
*888800
***

1800 Th. — 500 Th. — 2000 Th.
2 000

**1   1000000
555
*****000 (555 $\frac{10}{18}$ th. Lucrum secundi.
*88800
**

1800

1800 Th. — 300 Th. — 2000 Th.
2 000
600000

33
3666
600000 (333 $\frac{6}{18}$ th. Lucrum tertii.
188800
11

EXAMEN.

1111 $\frac{2}{18}$	Lucrum	primi.
555 $\frac{10}{18}$		secundi.
333 $\frac{6}{18}$		tertii.
2000 th.	Lucrum	commune.

SCHOLION X.

95. *Non desunt alia exempla, quæ calculum eundem requirunt, ut cum non solum in Medicina, sed etiam in aliis Artibus & Scientiis ex data ratione, quam pondera miscibilium inter se habent, inveniuntur pondera miscibilium requisita, ut mixtum integrum sit ponderis dati.* E. gr. *Tria simplicia compositionem alicujus medicamenti ingrediuntur, dosis unius est* 4, *alterius* 5, *tertii* 2 *unciarum: inveniri debent doses singulorum requisitæ, ut pondus compositi sit* 8 *librarum. En calculi typum:*

Pondus

Pondus	primi	simplicis	4	Unc.
	ſecundi		5	
	tertii		2	
		Summa	11	Unc.

11 Unc. — 8 ℔ — 4 Unc.
16
128 Unc.
4
512

1
176
512 (46 $\frac{6}{11}$ Unc. Pond. ſimp. primi.
111
1

11 Unc. — 128 Unc. — 5 Unc.
5
640

1
192
640 (58 $\frac{2}{11}$ Unc. Pond. ſimp. ſecund.
111
1

11 Unc. — 128 Unc. — 2 Unc.
2
256

33
256 (23 $\frac{3}{11}$ Unc. Pond. ſimp. tertii.
111
1

EXAMEN.

Pondus ſimplicis primi 46 $\frac{6}{11}$ Unc.
ſecundi 58 $\frac{2}{11}$
tertii 23 $\frac{3}{11}$

Pondus mixti 128 Unc. = 8 ℔

SCHO-

SHOLION XI.

96. *Subinde compendiis locus datur, quæ* Practicæ Italicæ *nomen ferunt. Ex iis utilissima commemoramus. Nimirum quoniam per Regulam trium ad tres numeros datos invenitur quartus proportionalis* (§. 85), *si autem duo numeri per eundem numerum dividantur, quoti emergentes rationem cum illis habent communem* (§. 59); *quare primus & secundus vel etiam* (§. 83) *primus & tertius per eundem, si fieri potest, numerum exacte dividantur & quoti in ipsorum loca surrogentur: ceu ex subsequente apparet exemplo.*

	3 ℔ *constant*	9 Thal.	*quantum* 7 ℔?
3)	1	3	3
			Fac. 21 thal.

	14 ℔ *constant*	26 Thal.	*quantum* 7 ℔?
7)	2	2)	1
		Fac. 13 thal.	

SCHOLION XII.

97. *Si numerus primus vel tertius fuerit* 1 & *alter eorum non nimis magnus, medius autem ex numeris diversæ speciei componatur, absque reductione in* Schol. 4 (§. 89) *præscripta calculus initur; ut sequens exemplum docet.*

Pretium 1 ℔ *est* 3 th. 8 gr. 6 num. *quant.* 5 ℔

5

Fac. 16 th. 18 gr. 6 num.

Manifestum scilicet est, bis 6 *nummos conficere grossum unum, adeoque quinquies* 6 *num.*, 2 *gr.* 6 *num.*

6 num. Similiter ter 8 grossi thalerum unum & insuper bis 8 grossi efficiunt 16 gr. Quodsi ergo thalerus iste reliquis 15 th. & 2 priores gr. reliquis 16 gr. addantur: prodibit pretium quæsitum 16 th. 18 gr. 6 num.

SCHOLION XIII.

98. *Si duo numeri ejusdem denominationis unitate differant, singulari quodam compendio utimur, quod ex subjunctis exemplis manifestum.* E. gr. *Pretium 5 librarum est 30 thalerorum, quantum erit 4 ℔?* R. *Quoniam pretium 4 ℔ una parte quinta deficere debet à pretio 5 ℔; pretium datum 30 dividatur per 5 & quotus 6 ab eodem subtrahatur, relinquitur quæsitum 24. Item: pretium 8 ℔ est 24 th., quantum erit ℔ 9?* R. *Quia pretium 9 ℔ una parte octava excedit pretium 8 ℔, pretium datum 24 dividatur per 8 & quotus 3 eidem addatur, summa 27 erit quæsitum.*

SCHOLION XIV.

99. *Nonnunquam compendiis pluribus una uti datur.* E. gr.

Pret. 100 ℔ *est* 30 Th. 4 gr. *quant.* 50 ℔?

50) 2   2) ————————   1

Fac 15 th. 2 gr.

Item *Pret.* 60 ℔ *est* 80 Th. *quant.* 2520 ℔

60)   1   6   42

480   6

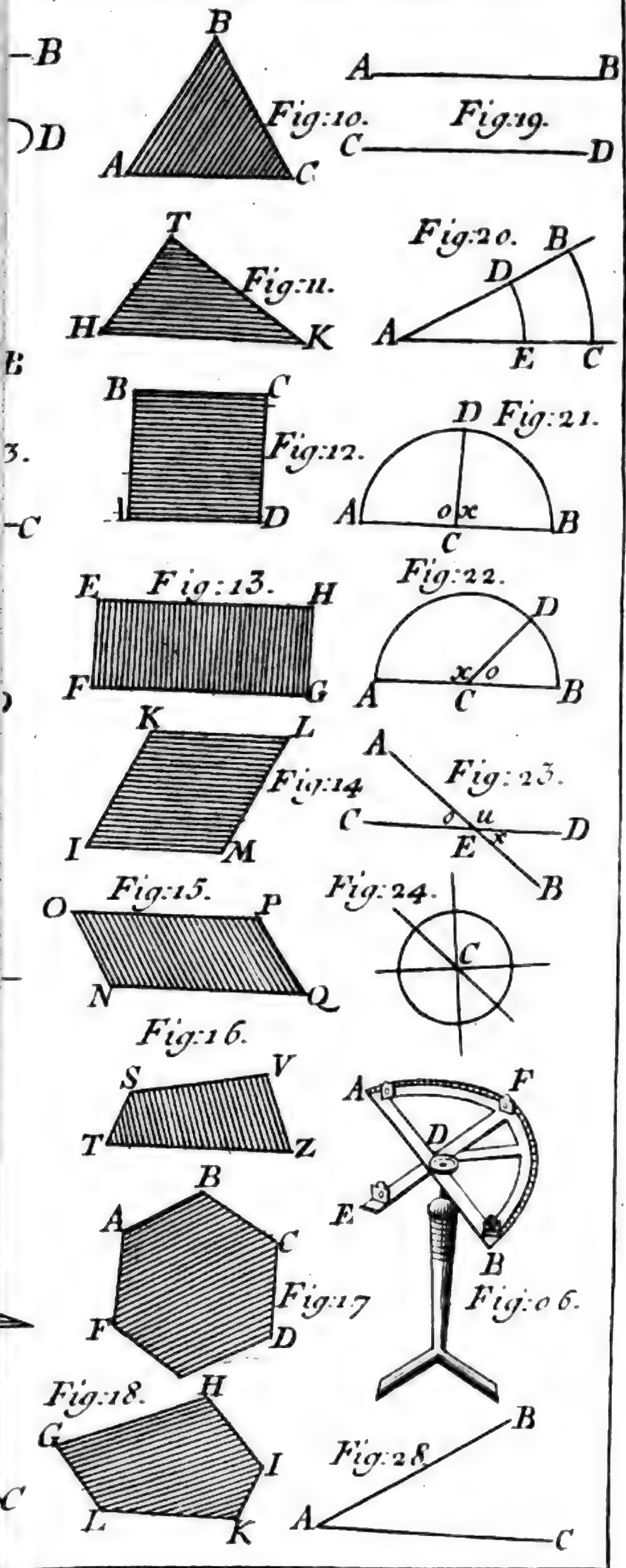
7   Fac. 7

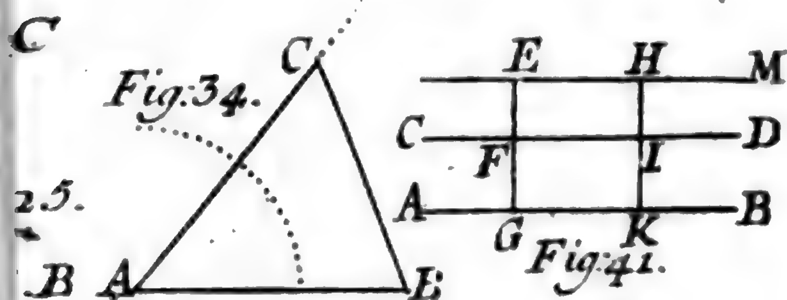
3360 thal.

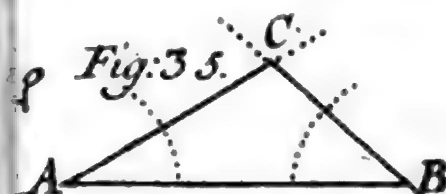
FINIS ARITHMETICÆ.

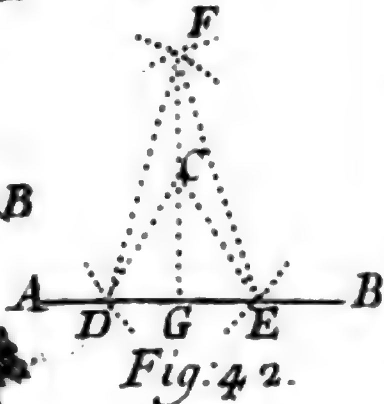
ELE-

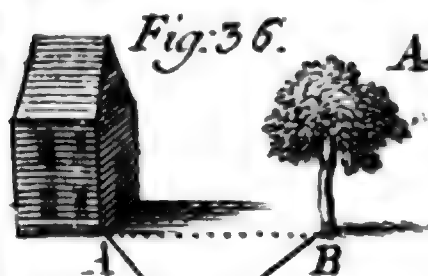
ɡ: Geom: Tab: I.

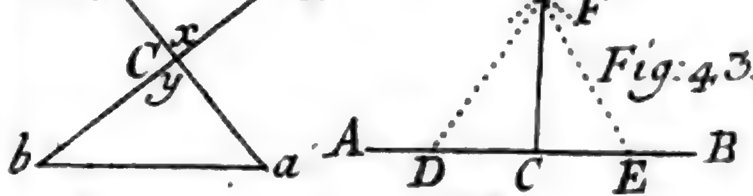

Fig:10.
Fig:11.
Fig:12.
Fig: 13.
Fig:14
Fig:15.
Fig:16.
Fig:17
Fig:18.
Fig:19.
Fig:20.
Fig:21.
Fig:22.
Fig: 23.
Fig: 24.
Fig:o6.
Fig:28

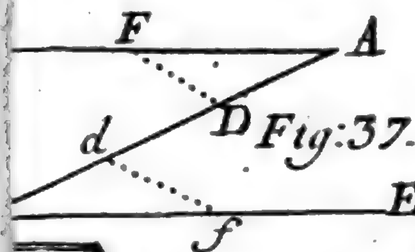


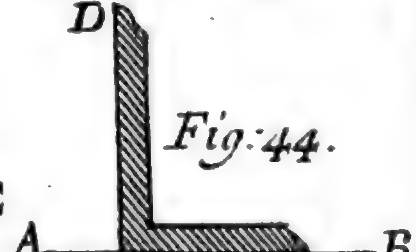


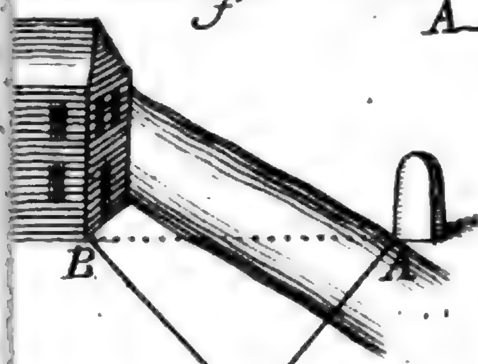


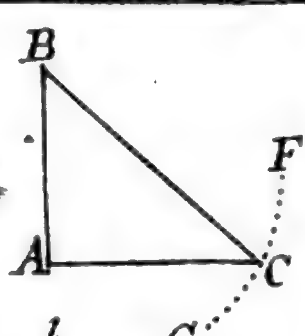




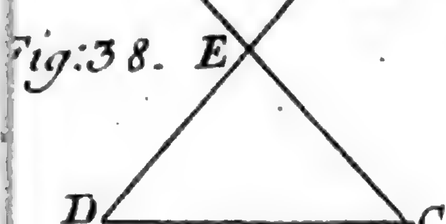




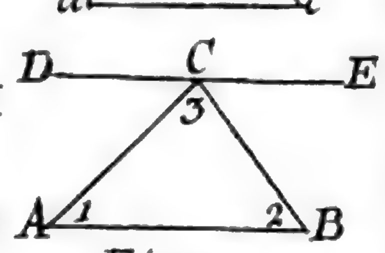


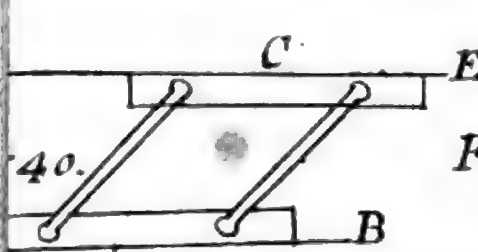


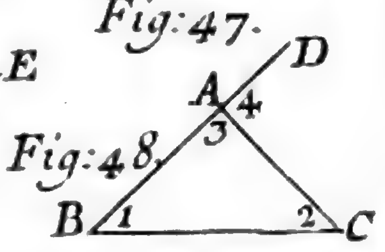
b
Fig:45.
a
c



C
E
Fig:39.
B







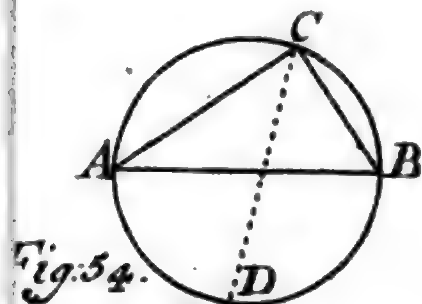


Fig: 54.

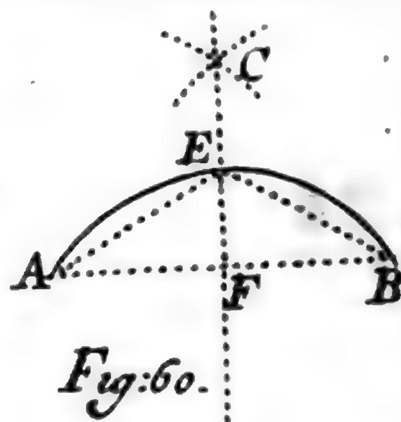
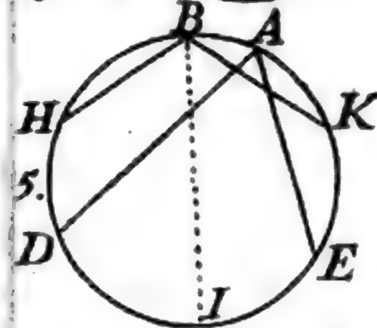


Fig: 60.



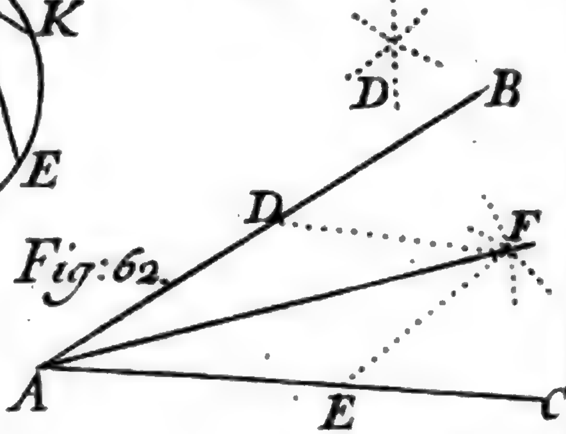
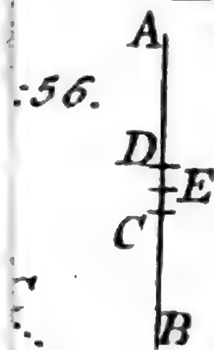
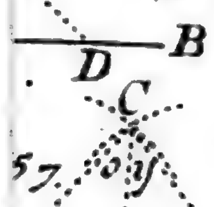


Fig: 62.



:56.



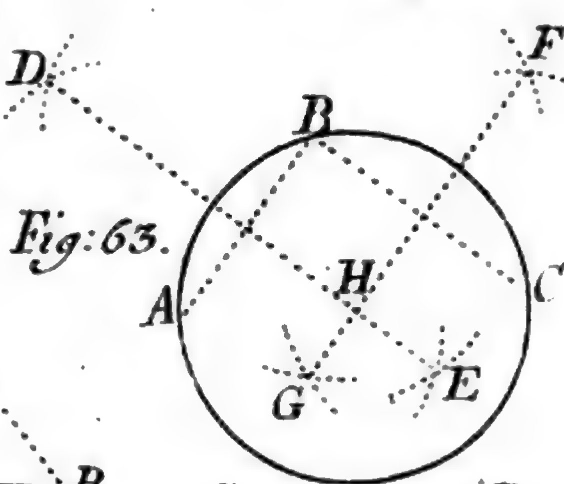
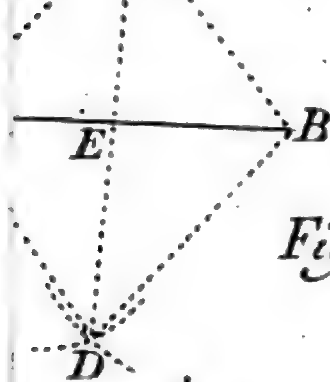


Fig: 63.



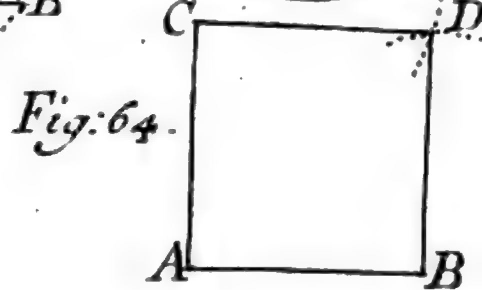
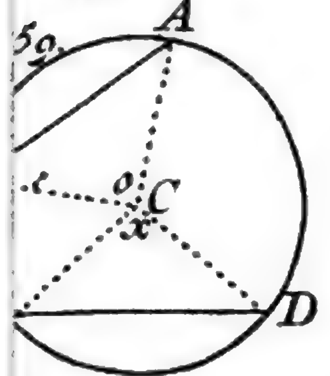


Fig: 64.



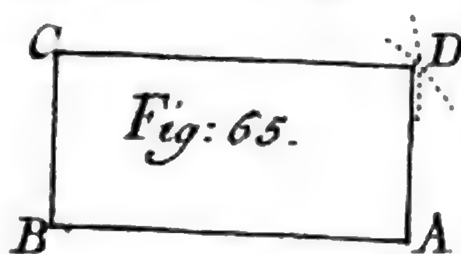
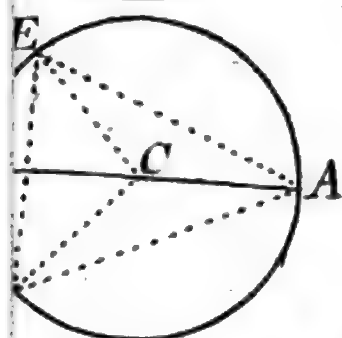


Fig: 65.



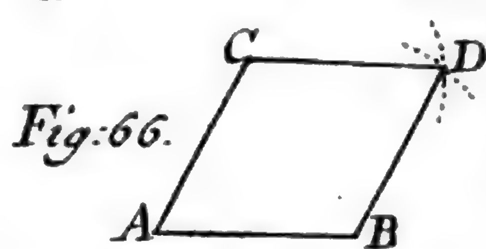


Fig: 66.

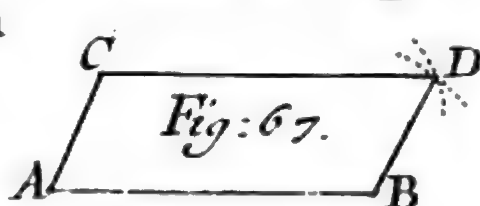


Fig: 67.

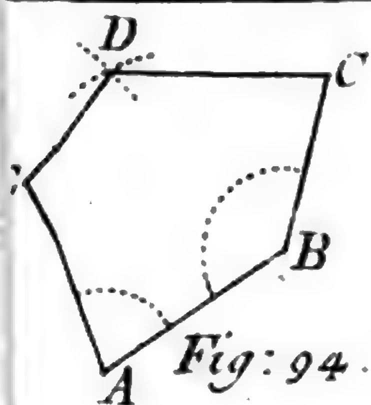


Fig: 94.

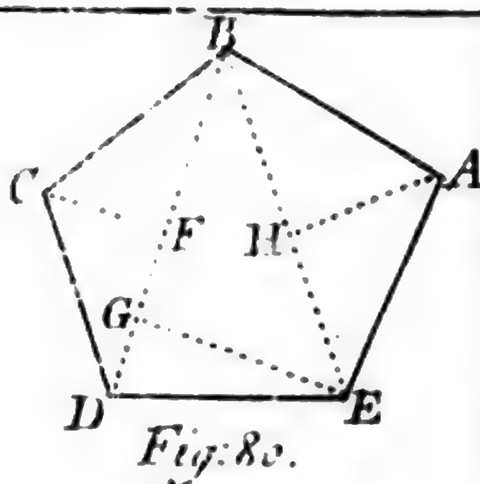


Fig: 80.

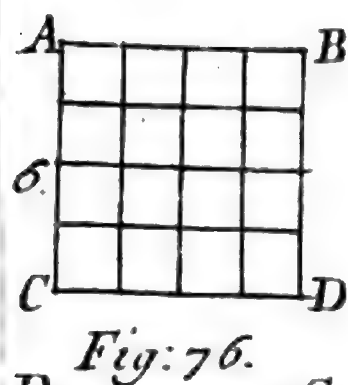


Fig: 76.

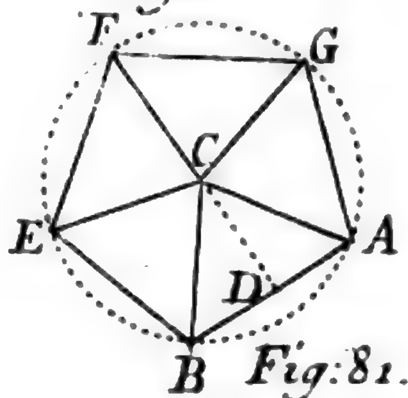
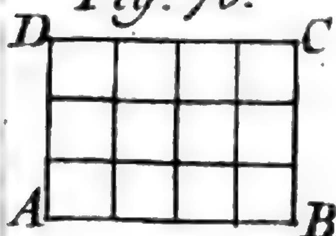


Fig: 81.



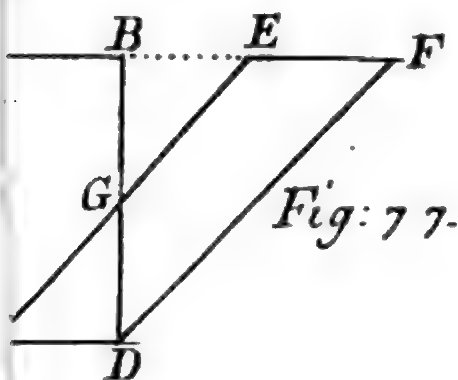


Fig: 77.

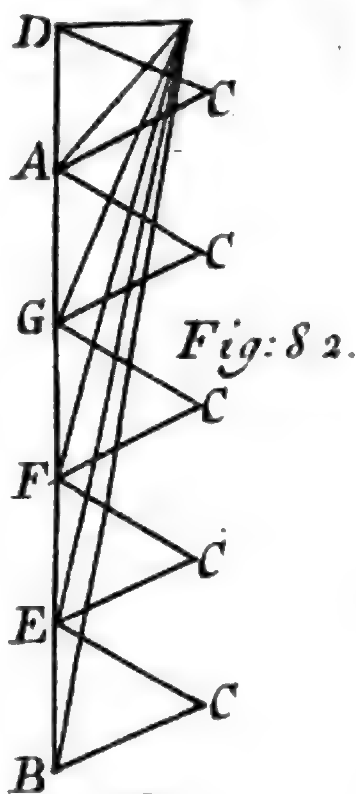
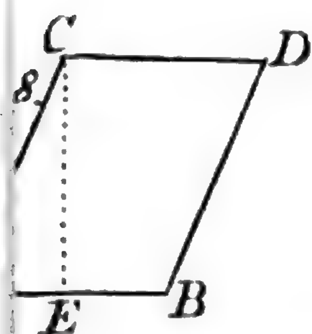


Fig: 82.



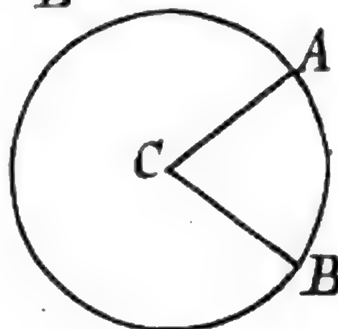


Fig: 83.

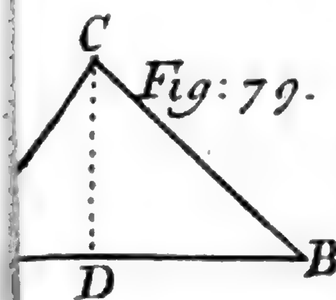


Fig: 79.

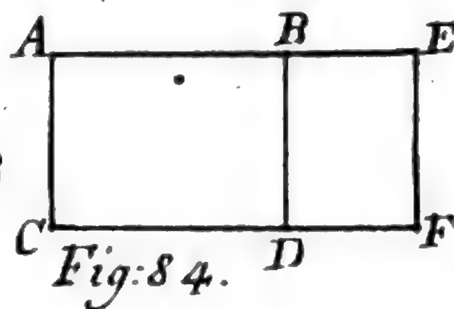


Fig: 84.

m.

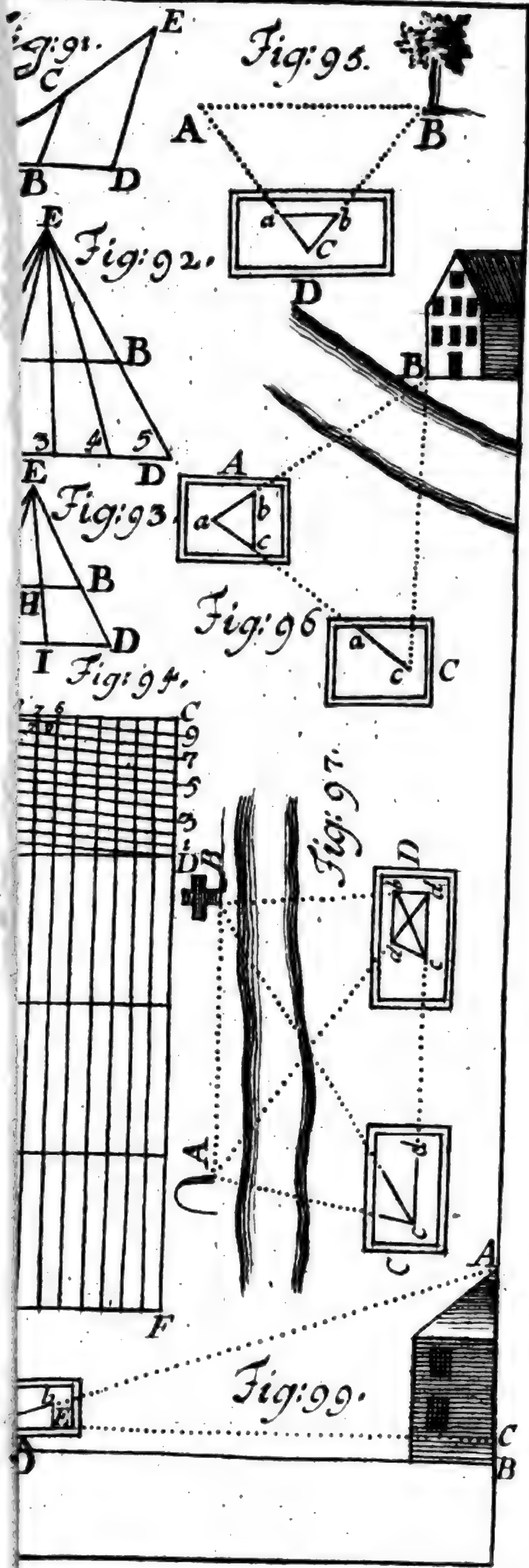
g. 91

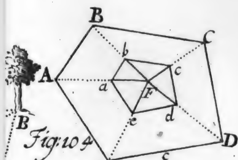
C

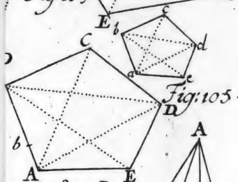
B

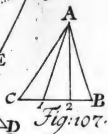
E

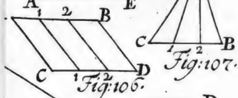
E

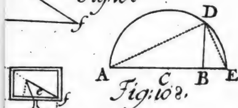

Fig: 91.
Fig: 95.
Fig: 92.
Fig: 93.
Fig: 96
Fig: 94.
Fig: 97.
Fig: 99.
A
B
C
D
E
a
b
c
d
H
I
F
3
4
5


B
C
b
c
A
a
F
B
e
d
Fig: 104
D
E

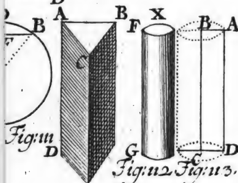

C
D
b
A
E
D


c
b
d
a
e
Fig: 105

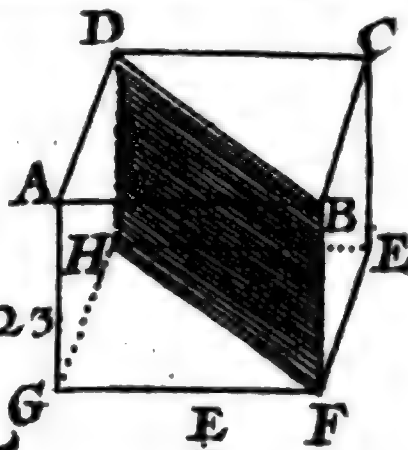

A
1
2
B
C
1
2
D
Fig: 106
A
C
1
2
B
Fig: 107

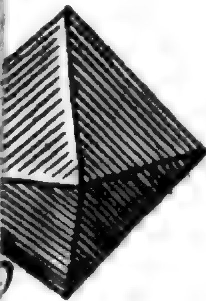

D
A
C
B
E
Fig: 108
f

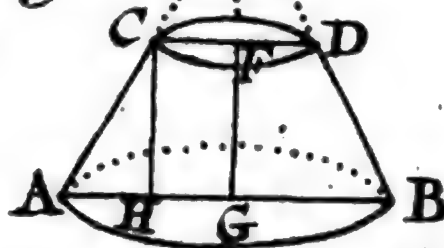

e
f
D

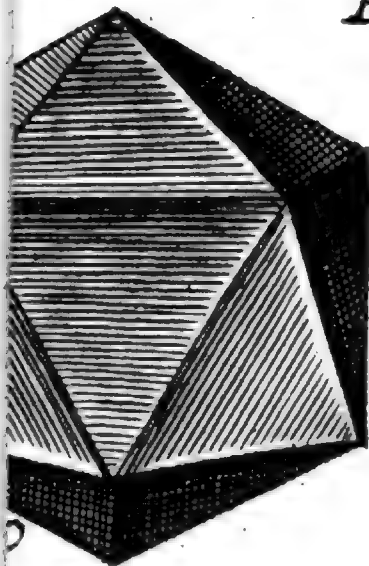

B
A
B
F
X
B
A
C
Fig: 111
D
G
D
C
Fig: 112
Fig: 113

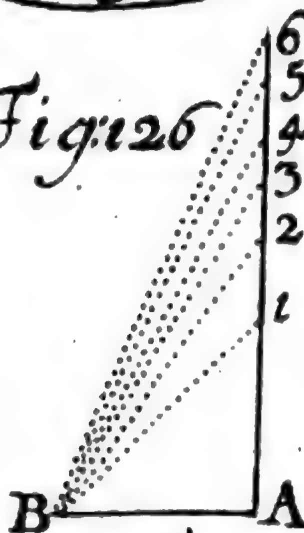

18.

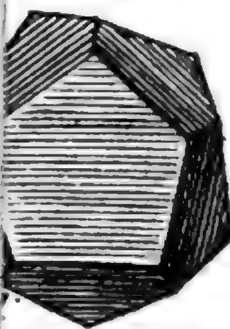

D
C
A
B
H
E
Fig: 123
G
F

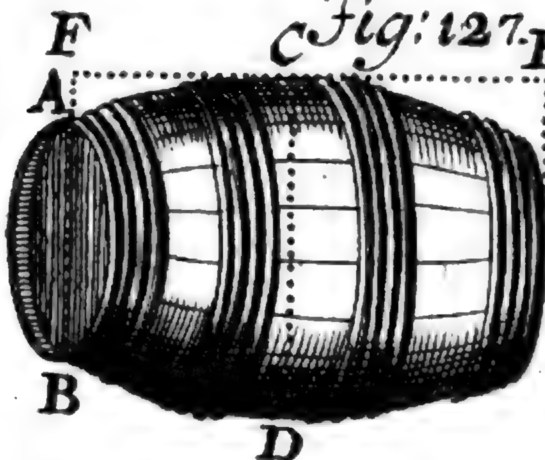


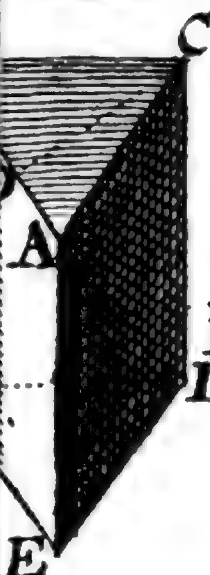

E
Fig: 125.

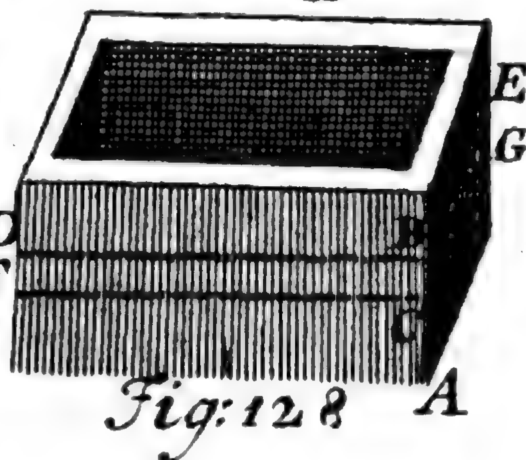


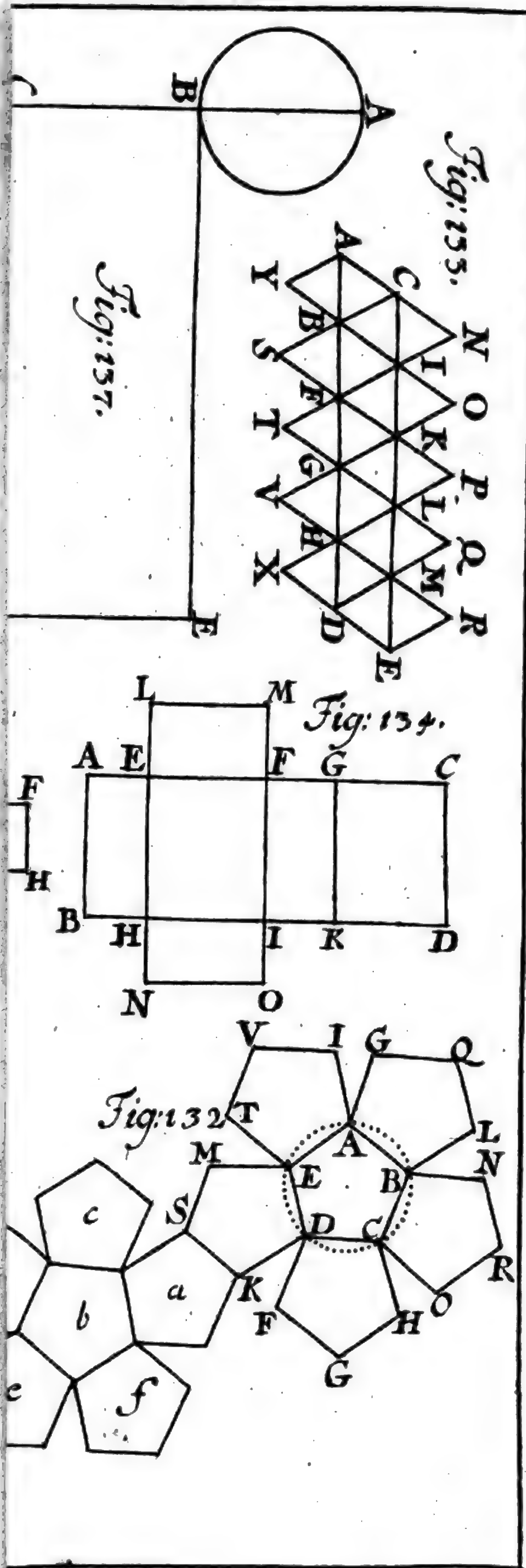

C
D
F
A
H
G
B
6
5
4
3
2
1
Fig: 126
B
A

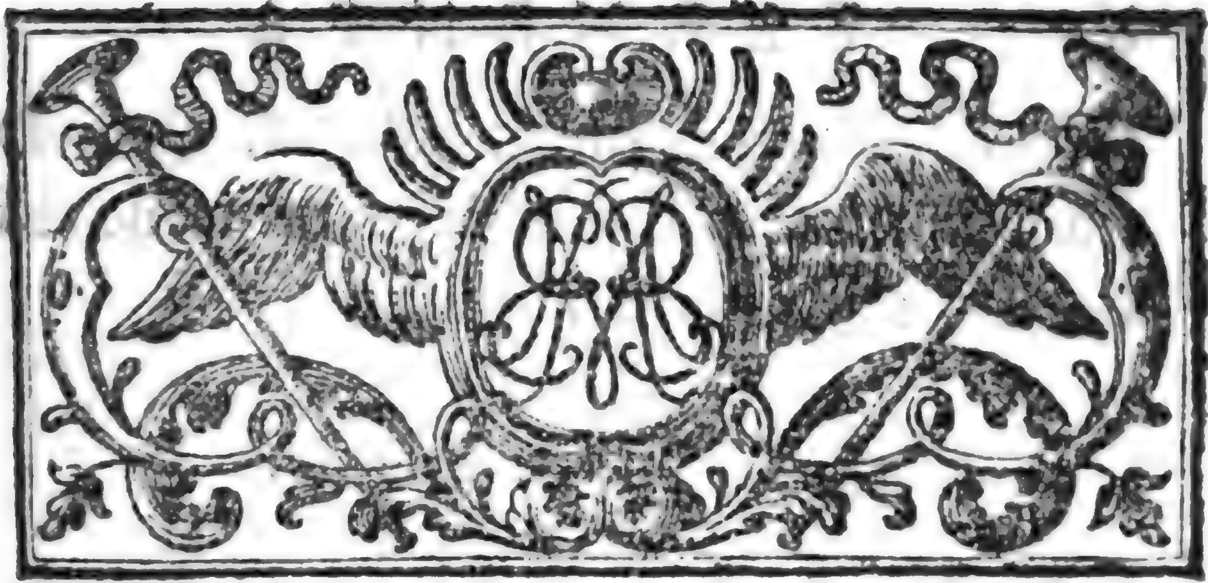



F
C Fig: 127.
E
A
B
D


C
A
I
E


E
G
D
F
A
Fig: 128


Fig: 133.
Fig: 137.
Fig: 134.
Fig: 132



ELEMENTA GEOMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. EOMETRIA eſt Scientia ſpatii, juxta longitudinem, latitudinem, & profunditatem, à Corporibus occupati.

DEFINITIO II.

2. *Longitudo* abſque latitudine, & profunditate conſiderata, *Linea* dicitur; ejus vero initium & finis *Punctum*, quod proinde tanquam partibus vacans concipiendum eſt, alioquin foret Linea, rur-

ſusque initium & finem haberet. Quando Punctum à termino ad terminum moveri cogitatur, Linea deſcribitur.

SCHOLION.

3. *Neque ſine ratione Punctum, ut indiviſibile concipiunt Geometræ, ut ut nec imaginatio, nec inſtrumentorum ope manus noſtræ, indiviſibile punctum formare queant. Ne* ſc. *extremitas lineæ fieret ejus pars; quod in Praxi Geometrica ſtudioſe vitandum.*

DEFINITIO III.

4, *Similitudo* eſt identitas eorum, per quæ res à ſe invicem diſcerni debent.

SCHOLION.

5 *Ponamus te habere duas res,* A & B, *prorſus ſimiles, teque ſigillatim contemplari utramque. Diligenter animum advertis ad ſingula, quæ in re* A *obſervari poſſunt, & obſervata chartæ inſcribis: pari diligentia, ſingula notas, quæ in re* B *agnoſci poſſunt, jam ſi in utraque Scheda notata contuleris, prorſus eadem eſſe deprehendes. Quantitas tamen excipitur, quia nudis verbis explicari nequit.*

COROL-

COROLLARIUM.

6. Similia igitur a se invicem distingui nequeunt, nisi vel actu, vel ope cujusdam tertii ex. gr. mensuræ, in mente conferantur.

DEFINITIO IV.

7. *Linea recta* AB est, cujus pars quæcunque est toti similis. *Linea Curva* CD est, cujus partes toti dissimiles. Tab. I. *Fig.* 1.

SCHOLION. I.

8. *In charta, linea recta ducitur graphio, penna vel plumbagine, juxta regulam ad puncta data applicatam, in ligno vel saxo, filo, creta vel carbone delibuto; in campo vero, designatur, per duos in extremitatibus lineæ erectos baculos. Cum duobus baculis, tertius in eadem recta constituitur, si oculo in unum directo, reliqui non appareant.*

SCHOLION II.

9. *Pro mensura linearum assumitur determinata linea vel longitudo, qua Decempeda*

vel Pertica appellatur. Dividitur illa ad vitandum calculi tædium in 10 *partes æquales, quæ pedes vocantur. Pes subdividitur in* 10 *digitos, digitus in decem lineas. Quoniam vero mensura est arbitraria, facile intelligitur quod Pes ubivis gentium non ejusdem quantitatis sit.*

SCHOLION III.

10. *Probe etiam notandum, quod non eadem ubivis locorum, perticæ, pedumque divisio sit. Mensura Rhenana constanter in* 12 *partes dividitur, cum contra geometrica* 10 *tantum partes habeat.*

DEFINITIO V.

11. Linearum curvarum notissima hodie & utilissima est TAB. I. fig. 2. *Circulus*. Generatur circulus, si linea recta C A circa punctum fixum C rotatur.

SCHOLION.

12. *In charta circulus peculiari instrumento describitur, quod* Circinus *dicitur. In solo, & quotiescunque Circini apertura debita fieri nequit, loco lineæ utimur filo, funiculo, aut pertica: quemadmodum etiam peculiares* Circini Perticales *adhibentur.*

DEFI-

DEFINITIO VI.

13. Punctum C vocatur *Centrum*, quia omnia peripheriæ puncta æqualiter ab eo distant (§. 11.); recta C A *Semidiameter* vel *Radius*; recta D E ab uno peripheriæ puncto D ad alterum E per centrum C ducta, *Diameter*; alia quæcunque F G simili modo sed non per centrum ducta, *Chorda* item *subtensa*. TAB. I. Fig. 2.

SCHOLION.

14. *Peripheria cujuslibet Circuli tam magni, quam parvi in 360 partes æquales vel* gradus *dividitur. Quia hic numerus per plures numeros accurate divisibilis est, ut per* 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, *&c. Quivis Gradus in 60 Minuta prima, minutum quodlibet in 60 Secunda subdividitur &c. Gradus designantur per* ($^{\circ}$) *quemadmodum Decempedæ; Minuta per* ($'$) *quemadmodum pedes &c. E. gr.* $3^{\circ}.\ 25'.\ 17''$. *denotat 3 Gradus, 25 Minuta, 17 Secunda*, $3^{\circ}, 2'. 4''$, *3 Decempedas, 2 Pedes, 4 Digitos.*

DEFINITIO VII.

15. Si duæ lineæ A B & A C in uno punc- TAB. I. Fig. 3.

puncto A conjunguntur, mutua earum inclinatio *Angulus* vocatur.

SCHOLION.

16. *Hic angulus vel unica littera A, vel confusionis vitandæ gratia, cum aliis angulis, interdum tribus litteris B A C enunciatur, ita ut vertici adscripta, medio loco ponatur. Ejus vero quantitatem per arcum circuli ex centro A arbitraria Circini apertura descriptum metiri solemus. Tot scilicet graduum & minutorum dicitur esse angulus, quot graduum & minutorum est arcus* D. E. *Eorum autem numerus investigatur, per semicirculos ex orichalco paratos, quorum minores quibus in charta utimur,* Transportatores *appellantur.*

DEFINITIO VIII.

Tab. I. *Fig.* 4. 17. Linea A B alteri C D ita insistens, ut anguli sint utrobique inter se æquales; ad C D *perpendicularis* vel *normalis* dicitur.

DEFINITIO IX.

Tab. I. *Fig.* 4. *Fig.* 5. *Fig.* 6. 18. Angulus A B C, quem perpendicularis A B cum linea B C, efficit, dicitur *Angulus rectus*; Angulus quicunque mi-

minor E, *Angulus acutus*; & Angulus quicunque major F, *Angulus obtusus.*

DEFINITIO X.

19. Si angulus A recta B C clauditur, oritur *Triangulum*. Dicitur *Rectangulum*, si angulus unus A rectus est: *Obtusangulum*, si angulus unus D est obtusus: *Acutangulum*, si omnes tres sunt acuti. Contra, si omnia tria latera A B, B C, C A, sunt æqualia vocatur *Triangulum Æquilaterum*: si duo latera A B, & B C æqualia, *Triangulum Æquicrurum* vel *Isosceles*: si nullum latus alteri æquale, *Triangulum Scalenum*, ut H T K.

TAB. I. Fig. 7. 8. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

DEFINITIO XI.

20. *Quadratum* est figura quatuor æqualia latera A B, B C, C D, D A & singulos angulos rectos habens. *Oblongum* vel *Rectangulum* habet singulos angulos rectos, sed tantum duo latera opposita E F & H G, item E H & F G æqualia. *Rhombus*

TAB. I. Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14. *bus* habet quatuor latera I K, K L, L M, M I æqualia, & ſingulos angulos obli-
Fig. 15. quos. *Rhomboides* habet quidem ſingulos angulos obliquos, ſed tantum duo latera oppoſita O N & P Q, O P & Q N
Fig. 16. æqualia. Quadrilatera reliqua appellantur *Trapezia*, ut S V Z T.

DEFINITIO XII.

21. Figuræ reliquæ quibus plura quam quatuor latera ſunt, *Poligona* vocantur: & in ſpecie *Pentagona*, ſi quinque; *He-*
Fig. 17. *xagona*, ſi ſex latera æqualia habent &c. Si & omnia latera & omnes anguli ſunt inter ſe æquales, ut in A B C D E F, Figura *Regularis* vel *Ordinata* dicitur: ſin
Fig. 18. & anguli inter ſe & latera ſunt inæquales: ut in G H I K L, Figura *irregularis* vel *inordinata* dicitur.

DEFINITIO XIII.

22. Duæ lineæ A B & C D ubique eandem à ſe invicem diſtantiam ſervan-
Tab. I. Fig. 19. tes, ſunt *Lineæ Parallelæ*.

DEFI-

DEFINITIO XIV.

23. Quadrilatera, quorum opposita latera sunt inter se parallela, *Parallelogramma* dicuntur.

AXIOMA I.

24. *Inter duo puncta non nisi unica recta cadit.*

COROLLARIUM I.

25. Duæ igitur rectæ spatium comprehendere nequeunt, quia in suis punctis extremis concurrere debent.

COROLLARIUM II.

26. Consequenter in omni triangulo duo latera A B & B C, simul sumta sunt tertio A C majora. TAB. I. Fig. 7. 9. 10.

AXIOMA II.

27. *Omnes radii ejusdem Circuli sunt inter se æquales* (§. 13.)

AXIOMA III.

Tab. I. Fig. 20. 28 *Omnes arcus* DE *&* BC *ex vertice anguli alicujus A, intra ejus crura A B & A C descripti, eundem habent graduum numerum.*

COROLLARIUM.

29. Quia quantitas Anguli A ex numero graduum ejusmodi arcus D E vel B C æstimatur (§. 16.); perinde est pro dimetiendo angulo, sive magno sive parvo radio, arcus iste describatur.

AXIOMA IV

30. *Lineæ rectæ & anguli, qui se mutuo tegunt sunt æquales: & contra si æquales sunt se mutuo tegunt.*

AXIOMA V.

31. *Figuræ quæ se mutuo tegunt similes & æquales sunt: & quæ æquales & similes sunt se mutuo tegunt* (§. 4.)

SCHOLION.

32. *Probe notandum ab æqualibus figuris requiri,*

quiri, ut se mutuo tegant: enimvero etsi superior inferiori superimposita eam tegeret, inferior tamen superiori superimposita eam minime tegeret, nisi æquales essent. Scilicet figuræ ita sibi mutuo impositæ, ut se mutuo tegant, eandem habent perimetrum.

AXIOMA VI.

33. *Si duæ figuræ vel lineæ eodem modo generantur vel describuntur, & ea, per quæ generantur vel describuntur, utrinque similia sunt; figuræ & lineæ sunt inter se similes* (§. 4.).

COROLLARIUM.

34. Cum itaque omnia puncta (§. 2. 4.), & rectæ sint inter se similes (§. 7.), & quilibet Circulus generetur, si recta circa punctum rotetur (§. 11.) omnes circuli eorumque peripheriæ inter se similes esse debent.

AXIOMA VII.

35. *Duo anguli qui eandem habent mensuram sunt inter se æquales: & contra si æquales sunt, eandem habent mensuram* (§. 16.)

AXIO-

AXIOMA VIII.

Tab. I. Fig. 21. 36. *Super quavis linea* A B, *ex assumto in illa puncto C, describi potest Semicirculus* (§. 11.)

COROLLARIUM.

37. Si ex centro C erigatur perpendicularis C D, erunt anguli *o* & *x* inter se æquales (§. 17). Anguli igitur recti mensura est quadrans, hoc est, 90° (§. 16. 36), & proinde omnes Anguli recti sunt inter se æquales (§. 35): & Angulus recto æqualis, etiam rectus est (§. 35.)

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 22. 38. *Duo anguli x & o, quos linea* D C *super alia linea* A B *efficit, junctim sumti conficiunt* 180°.

DEMONSTRATIO.

Ex C super linea A B describi potest semicirculus (§. 36). Proinde mensura summæ angulorum *x* & *o* semicirculus est (§. 16); consequenter conficiunt 180°. (§. 14). *Quod erat demonstrandum.*

COR-

COROLLARIUM.

39. Si igitur in campo angulus inacceſſus metiendus eſt, vel obtuſum Quadrante metiri debemus; illius loco angulum contiguum metimur.

THEOREMA II.

40. *Si recta* A B *ſecet alteram* C D *in* E, *anguli verticales* o & x *ſunt æquales.* TAB. I. Fig. 23.

DEMONSTRATIO.

Nam $o + u = 180°$ & $u + x = 180°$ (§. 38). Adeoque $o + u = u + x$ (§. 22 *Arithm.*); conſequenter $o = x$ (§. 25 *Arithm.*) Q. E. D.

COROLLARIUM.

41. Proinde in campo aut alibi ubi angulos menſuræ neceſſe habemus, loco anguli x ejus verticalem o metiri licet, ſi forte ille inacceſſus fuerit.

THEO-

THEOREMA III.

Tab. I. Fig. 24. 42. *Omnes anguli circa punctum* C *constituti, quatuor rectis æquales sunt vel* 360°.

DEMONSTRATIO.

Eorum mensura est circulus integer (§. 11. 16). Adeoque junctim sumti, continent quatuor rectos (§. 37) vel 360°. (§. 14) Q. E. D.

PROBLEMA I.

43. *Angulum propositum metiri.*

RESOLUTIO.

In Charta.

Tab. II. Fig. 25. 1. Centrum Transportatoris imponatur vertici Anguli A, & interior regulæ acies lineæ A B adaptetur.

2. Gradus in arcu D E, intercepto inter crura anguli A C & A B, numerentur.

In

In Campo.

1. Inſtrumentum Goniometricum ita collocetur, ut diameter ejus A B uni cruri anguli reſpondeat. TAB. I. *Fig.* 26.

2. Regula E F circa centrum D mobilis promoveatur, donec per pinnulas ipſi affixas collineanti, extremitas alterius cruris occurrat.

3. Numerentur gradus quos regula ſuper inſtrumento reſecat. Ita in utroque caſu innoteſcit quantitas anguli (§. 16).

PROBLEMA II.

44. *Lineam rectam metiri.*

RESOLUTIO.

Ante omnia paretur menſura. In *Charta* aſſumatur Linea, & ab ea abſcindantur 10 particulæ æquales, quæ *Pedes* deſignent, & intervallum 10 pedum, quod *Decempedas* deſignet, in reſiduum Lineæ transferatur, quoties fieri poteſt. Quo facto menſura erit parata (§. 9).

In *Campo*, vel Catena vel Fune vel Pertica in digitos, pedes & decempedas legi-

gitime divisis utimur, sufficit autem ultimam decempedam in pedes, & pedem ultimum in digitos dividi.

Quod si ergo *in charta* lineam metiri volueris.

Tab. II. Fig. 27. 1. Ponatur Circini crus unum in A & aperiatur usque ad B.

2. Deinde Circini crus unum invariata apertura, ponatur super initium Decempedæ alicujus ex. gr. in 10, & notetur quemnam Pedem alterum attingat, ex. gr. 5, erit Linea 1°. 5′.

In Campo.

1. In utraque lineæ extremitate erigantur baculi, & si ea mensuræ longitudinem superet, constituantur inter hos, alii in eadem recta (§. 8).

2. Funis aut Catena ab uno baculo usque ad alterum extendatur.

3. Tandem Decempedæ, Pedes atque Digiti intercepti numerentur.

SCHOLION I.

45. Extremitatibus Catenæ, utrinque duos annu-

annulos aptare poteris, duobus baculis trajiciendos, hosque cum baculo Lineæ mensurandæ semper in eadem recta collocare. (8)

SCHOLION II.

46. *Catenæ pondere sunt paulum molestæ, nec commode extenduntur. Si conversione perticæ lineam metimur, ejus crassitudo longitudini lineæ repertæ toties addenda, quoties pertica conversa fuit; aut ejus longitudo crassitudine perticæ imminuenda. Funes cannabinos humor contrahit; & tensione inæqualiter extenduntur. Notat* SCHWENTERUS (Geom. pract. lib. 1. Tract. 2. pag. 381) *sibi ejusmodi funem, sedecim pedum, cadente pruina, horæ unius intervallo fere integro pede contractum fuisse. Ut igitur hi nævi tollantur, funiculi, ex quibus conficiuntur, in gyros contrarios contorquendi, ipse autem funis oleo lineo fervefaciendus, exsiccatusque, per ceram liquefactam trahendus, tandemque cerandus. Affirmat* SCHWENTERUS p. 382. *insensibile longitudinis decrementum notari etiamsi funem istiusmodi per diem integrum sub aquis demersum detineas.*

SCHOLION III.

47. *Pro lineis in charta mensurandis artificiosius instrumentum datur Scala geometrica*

dictum: de quo inferius demum dicendi locus erit.

PROBLEMA III.

48. *Angulum efficere æqualem dato.*

RESOLUTIO.

Caſ. I. Si angulus datur in gradibus

1. Ducatur recta A B.

Tab. II. Fig. 25. 2. Puncto A ſuperimponatur centrum Tranſportatoris, & lineæ A B radius ejus.

Numerentur in illo a D verſus E, tot gradus, quot datus angulus habere debet.

4. Apud gradum ultimum notetur punctum E.

5. Tandem ab A per E ducatur recta. Erit B A C, angulus quæſitus.

Tab. II Fig. 29. Caſ. II. Quando angulus D E F in charta datur.

1. Ex E arbitrario intervallo deſcribatur arcus G H.

2. Ducatur recta *e f.*

3. Ex.

3. Ex. *e* intervallo priori describatur arcus *h i.*

4. Ponatur circini crus unum in H, & aperiatur usque ad G.

5. Hac apertura ex *h* abscindatur ab arcu *h i* arcus *h g.*

6. Ex *e* per *g* ducatur recta *e d*

Sic factum est, quod petebatur.

Caſ. III. In Campum, angulus in gradibus datus, ope instrumenti Goniometrici defertur, quemadmodum *ex Problemate primo* (§. 43) colligitur.

DEMONSTRATIO.

In casu primo & tertio non opus est demonstratione. In casu secundo, est arcus *gh* = GH, ut infra (§. 92) independenter ab his demonstrabitur, adeoque angulus *def* = DEF (§. 16. 35). Q. E. D.

THEOREMA IV.

49. *Si in duobus Triangulis ABC & abc fuerit Angulus* A = *a*, AC = *ac* & AB. = *ab*; *erit etiam* BC TAB. II. Fig. 30.

 = *bc*,

$= bc$, $B = b$, $C = c$ *totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum acb, ita super imponi alteri ACB, ut punctum a super A & recta ab super AB cadat. Quoniam $ab = AB$ punctum b super B cadet (§. 30): & quia $a = A$, recta $ac = AC$ punctum c super C (§. cit.): consequenter bc super BC cadet (§. 24). Proinde tota Triangula ACB. & acb æqualia sunt (§. 31.) & $BC = bc$, &c. (§. 30.) Q. E. D.

THEOREMA V.

Tab. II. Fig. 30. 50. *Si in duobus triangulis* ACB & acb *fuerit angulus* $A = a$ & $B = b$, *præterea latus* $AB = ab$; *Triangula æqualia erunt &* $AC = ac$ $BC = bc$.

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum ABC ita super imponi alteri abc, ut punctum A

A ſuper *a* & latus AB ſuper latus *ab* cadat; tunc punctum B ſuper *b*, recta AC ſuper *ac*, & BC ſuper *bc* cadet (§. 30). Jam cum rectæ AC & BC in puncto C, & rectæ *ac* & *bc* in puncto *c* concurrant, punctum C etiam ſuper punctum *c* cadet. Proinde triangula æqualia ſunt (§. 31) & AC = *ac* &c. Q. E. D.

THEOREMA VI.

51. *Si in duobus Triangulis* ACB *&* *acb* *fuerit* AC = *ac*, AB = *ab* & BC = *bc*; erit *etiam* A = *a*, B = *b*, C = *c totaque Triangula æqualia erunt.* Tab. II. Fig. 30.

DEMONSTRATIO.

Ex A radio AB deſcribatur arcus *y*, & ex C radio CB arcus *x*. Quo facto, ſi concipiamus, triangulum *acb*, ita ſuper imponi Triangulo ACB, ut punctum *a* ſuper A & *c* ſuper C cadat (§. 30); recta *ab* in arcu *y* & *cb* in arcu *x* terminabitur (§. 13); conſequenter

 punc-

punctum *b* ſuper B cadet ubi arcus ſe mutuo ſecant. Proinde Triangula (§. 31) & Anguli (§. 30) æquales ſunt. Q. E. D.

COROLLARIUM.

52. Conſequenter ex datis tribus rectis, non niſi idem Triangulum conſtrui poteſt.

PROBLEMA IV.

TAB. II. Fig. 31. 53. *Super data recta A B Triangulum æquilaterum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Poſito circino in A, aperiatur uſque ad B, eoque deſcribatur ſupra lineam arcus.

2. Ponatur deinde circinus in B, & eadem apertura deſcribatur arcus alius, qui priorem in C interſecabit.

3. Ex A & B, ad C, ducantur rectæ A C & B C. *Ita factum eſt quod petebatur.*

DEMONSTRATIO.

Etenim rectæ AC & BC ipsi AB æquales sumtæ fuerunt (§. 27). Ergo Triangulum ACB est æquilaterum (§. 19). Q. E. D.

PROBLEMA V.

54. *Datis duabus rectis* AB *&* BC *Triangulum æquicrurum construere.* TAB. II. Fig. 32.

RESOLUTIO.

1. In una extremitate B rectæ AB, pro basi trianguli assumtæ, collocetur Circinus, & intervallo alterius rectæ datæ BC, describatur arcus.

2. Ex A eodem intervallo describatur arcus alius, qui priorem in C intersecabit.

3. Ex C ad A & B ducantur rectæ, & Triangulum desideratum constructum erit.

DEMONSTRATIO.

Rectæ AC & BC æquales factæ fuerunt,

runt. Quare Triangulum A C B est æquicrurum (§. 19). *Q. E. D.*

PROBLEMA VI.

55. *Datis tribus rectis Triangulum construere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 33. 1. Assumatur datarum una A B pro basi Trianguli.

2. Ex A intervallo alterius A C describatur supra illam arcus, &

3. Ex B intervallo tertiæ B C arcus alius, qui priorem secabit in C.

4. Ducantur rectæ A C & C B; & Triangulum erit constructum (§. 52).

SCHOLION I.

56. *Si duo arcus se mutuo non attingunt, ex datis tribus rectis Triangulum construi nequit* (§. 26).

SCHOLION II.

57. *Constructio figurarum maximam habet utilitatem. Ejus ope, cujuscunque Campi Ichnogra-*

graphia perficitur, sine qua area ejus inveniri nequit. Imo postquam similitudinis principia in Geometriam introduxi, facit simul ad Demonstrationem similitudinis figurarum quemadmodum ex sequentibus patebit. Ex hoc porro colligere licet, quæ in Campo metiri oportet, si Ichnographiam perficere, id est Figuræ Campi similem, in charta construere volueris. Qua de causa nos minime tædet plura Problemata de Triangulis subjungere.

PROBLEMA VII.

58. *Datis duabus rectis* AB *&* AC *& angulo intercepto* A *Triangulum construere.* TAB. II. Fig. 34.

RESOLUTIO.

1. Assumatur recta A B pro Basi &
2. In A fiat angulus dato æqualis (§. 48).
3. In rectam A D transferatur altera datarum A C, &
4. Ducatur ex C ad B recta. Quo facto Triangulum perfectum erit (§. 49).

SCHOLION.

59. *In praxi nunquam opus est, ut lineæ*

inutiles, ut hic A D, producantur; sed statim ac regula applicata fuerit, punctum C designari potest.

PROBLEMA VIII.

TAB. II. Fig. 35. 60. *Datis duobus angulis, cum recta interposita A B, Triangulum construere.*

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem unam, A rectæ datæ A B, constituatur angulus uni datorum æqualis, &

2. Ad extremitatem alteram B, alius alteri datorum æqualis (48). Hoc pacto crura horum angulorum se mutuo secabunt in C, & formabunt Triangulum desideratum (§. 50).

PROBLEMA IX.

TAB. II. Fig. 36. 61. *Metiri distantiam duorum locorum* A *&* B *ex eodem tertio* C *accessorum.*

RESOLUTIO.

1. In loco C ad arbitrium electo defigatur baculus.

2. In-

2. Investigetur longitudo lineæ A C (§. 44), & referatur ex C in *a*, ita ut baculus in *a* defigendus, sit cum C & loco A in eadem recta (§. 8).

3. Eadem ratione investigetur longitudo lineæ B C, referatur ex C in *b*, & defigatur, ut ante, in *b* baculus cum C & B in eadem recta (§. 8.).

4. Tandem mensuretur longitudo rectæ *a b*, sic innotescet distantia desiderata.

DEMONSTRATIO.

Nam anguli *x* & *y* sunt æquales (§. 49). Cum vero etiam A C = *a C* & BC = *b C*, erit *ab* = A B (§. 49). *Q. E. D.*

SCHOLION.

62. *Quod si angustia spatii non permittat, ut integræ* A C *&* B C *in a & b referantur; poterunt vel semisses, vel tertiæ, aut quartæ partes ipsarum a* C *& b* C *referri: quo in casu erit ab* = $\frac{1}{2}$, *vel* $\frac{1}{3}$, *vel* $\frac{1}{4}$ ipsius A B, *ceu infra* (§. 152) *demonstrabitur.*

PRO-

PROBLEMA X.

63. *Fune vel Catena angulum in campo ex uno loco in alterum transferre.*

RESOLUTIO.

TAB. II. *Fig.* 37. Sit transferendus angulus A in C.

1. In utroque crure anguli dati A mensurentur duæ lineæ longitudinis arbitrariæ AF & AD, item linea transversa FD, quæ hinc oritur.

2. Transferatur ex C in *d* linea inventa AD, utrique baculo C & *d* funis ita applicetur, ut *Cf* = AF, *df* = DF fiat.

3. In *f* defigatur baculus, erit angulus *d* C *f* = FAD.

DEMONSTRATIO.

Est enim AF = C*f*, AD = C*d* & DF = *df*. Ergo quoque angulus C æqualis angulo A (§. 51).

PROBLEMA XI.

64. *Invenire distantiam duorum loco-*

corum, ad quorum unum B *tantum accessus patet.* TAB. II. Fig. 38.

RESOLUTIO.

1. Baculo ad arbitrium in E defixo, recta B E ita referatur ex E in C, ut baculus in C defixus sit cum E & B in eadem recta (§. 8).

2. In C constituatur angulus ipsi B æqualis (§. 63).

3. Tandem ex C regrediendum versus D, donec baculus in D defixus sit cum F & C itemque cum E & A in eadem recta.

Quo facto linea C D lineæ A B æqualis erit.

DEMONSTRATIO.

Nam angulum C angulo B & rectam C E rectæ E B æquales fecisti. Præterea anguli verticales ad E sunt æquales (§. 40). Est ergo quoque C D = A B (§. 50.) Q. E. D.

SCHOLION I.

65. *Valent hic quoque ea, quæ ad Problema 9 annotavimus* (§. 62).

SCHO-

SCHOLION II.

66. *Quod si latitudo fluminis investigari debeat*, & recta B E *ex* E *in* C *secundum ripam referri non posset; desigitur baculus in arbitraria a ripa distantia. Quo in casu rectæ* C D *longitudo eo major erit latitudine fluminis, quo majore intervallo baculus* B *a ripa remotus fuerit.*

PROBLEMA XII.

Tab. II. Fig. 39. 67. *Per datum punctum* C *parallelam rectæ* A B *in charta ducere.*

RESOLUTIO.

1. Regula ad rectam A B applicetur.

2. Ponatur Circinus in C & aperiatur usque ad regulam; perinde ac si arcum describere velles, qui regulam vel rectam A B tangat.

3. Circinus juxta ductum regulæ promoveatur, ita crus alterum per punctum C parallelam desideratam D E describet (§. 22).

ALITER.

Idem peragi potest ope *Parallelismi:*

mi : quod inſtrumentum ex duabus Regulis componitur, quæ duobus retinaculis inter ſe æqualibus ita conjunguntur, ut variis intervallis diduci queant. Quod ſi ergo ejuſmodi Inſtrumentum ad manum habeas, TAB. II. Fig. 40.

1. Regula una debite applicetur ad rectam datam A B &

2. Altera ad punctum C adducatur, ita

3. Per illud linea deſiderata D E duci poterit.

SCHOLION.

68. *Quod ſi in prima reſolutione Circinus uſque ad punctum E aperiri nequit, in diſtantia arbitraria ducatur ipſi* A B *parallela C D, & huic parallela L M per punctum datum* E: *erit L M etiam ipſi* A B *parallela. Nam* E F = H I, & F G = I K. *Ergo* E F + F G = H I + I K *hoc eſt*, E G = H K. (§. 24 Arithm.): *conſequenter* L M *ipſi* A B *parallela* (§. 22). TAB. II. Fig. 41.

PROBLEMA XIII.

69. *A dato puncto* C *ad rectam* A B *perpendicularem demittere.* TAB. II. Fig. 42.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Posito Circino in C, intervallo arbitrario intersecetur in duobus punctis D & E, recta A B.

2. Ex D & E intervallo arbitrario fiat intersectio in F.

3. Ducatur per C & F recta F G, hæc erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam D C = C E & D F = F E, erunt etiam anguli D F G & G F E (§. 51), consequenter anguli contigui ad G æquales (§. 49). Ergo recta C G ad A B perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

PROBLEMA XIV.

Tab. II. Fig. 41. 70. *Ex puncto C in recta AB dato perpendicularem erigere.*

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in C, &

2. In-

2. Intervallo arbitrario interſecetur recta A B in D & E.

3. Ex D & E eodem intervallo fiat interſectio in F.

4. Ducatur per C & F recta G C, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam D C = C E & D F = F E, erunt anguli ad C æquales (§. 51). Adeoque recta G C ad A B perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

ALITER.

Paretur Norma, hoc eſt, Inſtrumentum ex duabus regulis ad angulum rectum junctis compoſitum.

1. Hujus Inſtrumenti crus unum ita aplicetur ad lineam datam A B, ut anguli vertex punctum datum C attingat. TAB. II. *Fig.* 44.

2. Ex puncto dato C, ducatur ſecundum crus alterum recta C D, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Angulus enim Normæ eſt rectus:

Ergo lineæ DC & CB juxta eam ductæ constituunt angulum rectum. Adeoque DC ad CB perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

THEOREMA VII.

Tab. II. Fig. 45. 71. *Si in duobus Triangulis rectangulis* ABC *& a b c fuerit*, AB = *a b*, *&* BC = *b c*, vel in *obliquangulis insuper* A = *a*, *erit etiam* AC = *a c*, B = *b*, C = *c*, *totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Descripto per C, intervallo BC, arcu FG; concipiamus Triangulum *a b c* ita poni super alterum ABC, ut punctum *a* super A, & *a b* super AB cadat. Quoniam *a b* = AB, & ang. *a* = A, punctum *b*, super B, & *a c* super AC (§. 30), consequenter punctum *c* super rectam AC cadit. Quia porro *b c* = BC; punctum *c* incidit in arcum FG (§. 13), consequenter in C, ubi arcus FG & recta AC se mutuo secant, adeo-

adeoque *bc* ſuper BC cadit, (§. 24). Ergo tota Triangula æqualia ſunt (§. 31). Q. E. D.

THEOREMA VIII.

72. *Si duæ parallelæ* AB *&* CD *transverſa* EF *in* G *&* H *ſecentur, erunt* 1°. *anguli alterni* x *&* y *æquales,* 2°. *angulus externus* o *æquatur interno oppoſito* y, *&* 3°. *duo interni oppoſiti* u *&* y *ſimul efficiunt* 180°. TAB. III. *Fig.* 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Ducantur perpendiculares HI & GK, quæ (§. 22.) æquales erunt. Sed anguli I & K ſunt etiam æquales (§. 18. 37). Ergo $x = y$ (§. 71). *Quod erat primum.*

2°. $x = o$ (§. 40). Proinde $y = o$ (§. 22 *Arithm.*): *Quod erat alterum.*

3°. $u + o = 180°$. (§. 38). Ergo etiam $u + y = 180°$. (§. 24 *Arithm.* Q. E. D.

THEOREMA IX.

73. *Si duæ lineæ* AB *&* CD *transver-*

versa EF *in* G *&* H *ita secentur, ut anguli*
Tab. III. Fig. 46. *alterni* x *&* y, *vel etiam externus* o *& internus* y *æquales fuerint, vel duo interni* u *&* y *junctim efficiant* 180°; *erunt lineæ* AB *&* CD *inter se parallelæ.*

DEMONSTRATIO.

1°. Demittatur ex G perpendicularis GK ad lineam CD: fiat GI = HK, ducaturque recta HI. Quoniam $x = y$; erit I = K & HI = GK (§. 49), consequenter I angulus rectus (§. 37.) & AB ipsi CD parallela. 1. *Quod erat primum.*

2°. Sit $o = y$. Quoniam $o = x$ (§. 40); erit $x = y$ (§. 22 *Arithm.*), consequenter lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per *num.* 1. *Quod erat secundum.*

3°. Sit $y + u = 180°$. Quia $o + u = 180°$ (§. 30); erit $o = y$ (§. 22. 25 *Arithm.*), adeoque lineæ AB & CD sunt inter se parallelæ, per *num.* 2. *Quod erat tertium.*

THEO-

THEOREMA X.

64. *In quovis Triangulo* A B C *tres anguli junctim sumti conficiunt* 180°, *& si latus unum continuetur, erit angulus externus æqualis duobus internis oppositis simul sumtis.* Tab. III. Fig. 47.

DEMONSTRATIO.

Ducatur per verticem Trianguli C basi A B parallela D E, erit 1 = I & 2 = II (§. 72). Sed I + 3 + II = 180°. (§. 38): ergo 1 + 3 + 2 = 180° (§. 24 *Arithm.*). *Quod erat primum.*

Si latus A B continuetur in D erit 3 + 4 = 180° (§. 38). Sed per modo demonstrata 1 + 2 + 3 = 180°. Ergo 3 + 4 = 1 + 2 + 3 (§. 22. *Arithm.*), consequenter 4 = 1 + 2 (§. 25 *Arithm.*). *Quod erat alterum.* Tab. III. Fig. 48.

COROLLARIUM I.

75. Quamobrem in Triangulo non nisi unus angulus rectus esse potest, & tum re-

liqui duo simul, unum rectum conficiunt; id est, 90° (§. 37). Neque duæ rectæ ad eandem tertiam perpendiculares, licet in infinitum versus utramque partem continuatæ, uspiam concurrere possunt; sunt igitur parallelæ.

COROLLARIUM II.

76. Multominus plures, uno angulo obtuso in Triangulo esse possunt (§. 18).

COROLLARIUM III.

77. Si unus Trianguli angulus à 180° subtrahitur, summa duorum reliquorum relinquitur; & si summa duorum ex 180° aufertur, residuus fit tertius.

COROLLARIUM IV.

78. Si duo anguli unius Trianguli æquentur duobus alterius; etiam tertius unius æqualis est, tertio alterius (§. 25 *Arithm.*).

THEOREMA XI.

Tab. III. Fig. 49. 79. *In Triangulo æquicruro* A B C, *anguli ad basin x & y sunt æquales, & perpendicularis* C D *tam angulum* C *quam basin* A B, *& Triangulum ipsum bifariam secat.*

D E-

DEMONSTRATIO.

Recta AB bisecetur in D, ducaturque recta DC. Quoniam etiam AC = CB (§. 19) erit $x = y$ & $o = u$, $m = n$ & △ ACD = △ CDB (§. 51); consequenter CD ad AB perpendicularis (§. 17. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

80. In Triangulo itaque æquilatero, omnes anguli sunt inter se æquales, & consequenter quilibet $60°$ (§. 74).

THEOREMA XII.

81. *Si in Triangulo* ACB *anguli* x *&* y *ad basin* AB *æquales sunt, latera* AC *&* CB *quoque æqualia erunt.* Tab. III. Fig. 49.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta CD ita, ut $m = n$. Quoniam $x = y$, erit quoque $o = u$ (§. 78.) proinde AC = CB (§. 50). *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

82. Si ergo tres anguli fuerint æquales & per consequens quilibet 60° (§. 74); omnia tria latera inter se æqualia erunt.

THEOREMA XIII.

83. *Angulus ad centrum est duplus, anguli ad peripheriam, eidem arcui insistentis.*

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Fig. 50. *Cas.* 1. $o = x + u$ (§. 74). Quoniam vero A C = C B (§. 27), erit $x = u$ (§. 79), consequenter $o = u + u = 2u$.

Tab. III. Fig. 51. *Cas.* 2. $x = 2y$ & $u = 2o$ *per num.* 1. Ergo $x + u = 2y + 2o$ (§. 24 *Arithm.*).

Tab. III. Fig. 52. *Cas.* 3. $o + x = 2u + 2y$ & $o = 2u$ *per num.* 1. Ergo $x = 2y$ (§. 25 *Arithm.*) *Q. E. D.*

COROLLARIUM I.

Tab. III. Fig. 50. 84. Anguli itaque, ad peripheriam A B D mensura est arcus dimidius A D, cui insistit:

tit: nam arcus integer A D, eſt menſura anguli ad centrum A C D (§. 16). Si angulus A C B ſemirculo A D B vel angulus H B K arcui majori H I K quam eſt Semicirculus inſiſtat; evidens eſt, quod arcus dimidius A D, anguli A C D, & $\frac{1}{2}$ D B anguli D C B, ſimiliter $\frac{1}{2}$ H I anguli H B I, & $\frac{1}{2}$ I K anguli I B K, conſequenter $\frac{1}{2}$ A D B, vel quadrans, anguli A C B; & $\frac{1}{2}$ H I K, vel plus quam quadrans, anguli H B K menſura ſit. Tab. III. Fig. 54. & 55.

COROLLARIUM. II.

85. Duo vel plures anguli A B C & A D C in peripheria ejuſdem circuli terminati & eidem arcui A C inſiſtentes æquales ſunt (§. 35). Tab. III. Fig. 55.

COROLLARIUM III.

86. Quilibet angulus in ſemicirculo A C B eſt rectus: nam inſiſtit ſemicirculo, adeoque ejus menſura eſt circuli quadrans (§. 84). Tab. III. Fig. 55.

COROLLARIUM IV.

87. Angulus intra circulum, minor eſt recto, ſi arcui ſemicirculo minori inſiſtit: major vero recto, ſi majori H K inſiſtit (§. 86.), ac proinde in caſu priori acutus; in poſteriori obtuſus (§. 18). Tab. III. Fig. 55.

PROBLEMA XV.

88. *Normam examinare, utrum justa sit nec ne.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 54.

1. Intervallo arbitrario describatur semicirculus A C B, &

2. Ex utraque extremitate diametri A B ducantur ad quodcunque peripheriæ punctum rectæ A C & B C.

3. Vertex normæ ad punctum C applicetur.

Quod si crura ejus utramque rectam stringant norma justa erit.

DEMONSTRATIO.

Angulus A C B est rectus (§. 86). Quod si norma illi congruit; justa erit (§. 30). Q. E. D.

PROBLEMA XVI.

89. *In extremitate lineæ perpendicularem excitare.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in puncto pro lubitu assumto C & aperiatur usque ad A. TAB. III. Fig. 56.

2. Hoc intervallo notetur in linea A B punctum D.

3. Applicata regula ad D & C notetur priori intervallo punctum E.

4. Tandem ducatur recta A E F, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam A C = C D = C E, ex C per puncta E, A & D, describi potest semicirculus (§. 27. 36). Ergo angulus ad A est rectus (§. 86), & recta F A ad A B perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

ALITER.

Idem ope normæ ut supra (§. 70) peragi potest.

PRO-

PROBLEMA XVII.

90. *Lineam rectam A B in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 57. 1. Ex A & B pro arbitrio fiant intersectiones in C & D

2. Puncta intersectionum recta D C conjungantur, hæc rectam A B in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam A C = C B & A D = D B, erit $o = y$ (§. 51). Hinc porro quoque in Triangulis A C E & E C B, A E = E B (§. 49). Q. E. D.

SCHOLION.

Tab. III. Fig. 58. 91. *Idem etiam mechanice, hoc est tentando, peragi potest. Ponatur enim circinus in A, & eo usque aperiatur, donec medium lineæ A B attingere videatur; tum fiat intersectio in C, item alia eadem circini apertura ex B in D: tunc oculi judicio haud difficulter determinabi-*

nabitur punctum E, quo recta A B in duas partes æquales dividitur.

THEOREMA XIV.

92. *In eodem vel in æqualibus circulis chordæ æqualium arcuum A B & D E æquales sunt, & si chordæ sunt æquales, etiam arcus æquales erunt.* Tab. III. Fig. 59.

DEMONSTRATIO.

Ex centro C ducantur radii, C A, C B, CE & C D; qui omnes inter se æquales sunt (§. 27). Quoniam porro arcus A B & D E æquales sunt, anguli A C B & D C E quoque æquales erunt (§. 35). Ergo etiam A B = D E (§. 49): *Quod erat primum.*

Si AB = DE, erit $o = x$ (§. 51), consequenter arcus A B & D E æquales (§. 35): *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

93. Si itaque peripheria circuli dividatur in partes quotcunque æquales, ducanturque subtensæ, figura, singula latera (§. 92), atque

atque ſingulos angulos [§. 85] æquales habet, Figura ergo eſt regularis (§. 21).

PROBLEMA XVIII.

94. *Datum arcum in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. *Fig.* 60. 1. Ex A & B intervallo arbitrario fiant interſectiones in C & D.

2. Agatur per C & D recta, hæc arcum A B in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Linea C D rectam A B bifariam ſecat in F, & efficit duos angulos rectos apud F (§. 90). Eſt ergo etiam A E = B E (§. 40), conſequenter arcus A E & B E ſunt inter ſe æquales (§. 92). *Q. E. D.*

THEOREMA XV.

Tab. III. *Fig.* 61. 95. *Perpendicularis D A chordam E F bifa-*

bifariam ſecans in G per centrum Circuli C tranſit, & arcum quoque E D F bifariam ſecat. Et perpendiculum ex centro circuli C ad chordam E F demiſſum, tam chordam, quam arcum E D F bifariam ſecat.

DEMONSTRATIO.

2. Quoniam E G = G F & ad G duo anguli recti, erit E A D = D A F (§. 49), adeoque arcus E D & D F æquales (§. 84. 35): *Quod erat primum.*

2. Porro chordæ E A & A F (§. 49) & conſequenter arcus A F & E A (§. 92.) æquales ſunt, conſequenter A E + E D = A F + F D (§. 24 *Arithm.*), & hinc A D diameter circuli, conſequenter A D, per centrum tranſit (§. 13): *Quod erat ſecundum.*

3. Si C G perpendicularis ad E F, erunt ad G anguli recti (§. 18). Jam cum E C = C F (§. 27); erit E G = G F & E C D = D C F (§. 71), conſequenter arcus E D & D F æquales (§. 35): *Quod erat tertium.*

PRO-

PROBLEMA XIX.

Tab. III. Fig. 62. 96. *Angulum datum B A C in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. Posito circino in A, intervallo quocunque, notentur puncta D & E.

2. Ex D & E fiat intersectio in F &

3. Ducatur recta A F; hæc angulum A in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AD = AE & DF = EF, & AF utrique triangulo communis, erit $o = x$ (§. 51). Q. E. D.

PROBLEMA XX.

Tab. III. Fig. 63. 97. *Per data tria puncta, A, B, C circulum describere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo arbitrario, fiant intersectiones in D & E & ducatur recta D E.

2. Similiter ex B & C fiant intersectiones in F & G & ducatur recta F G.

Ubi lineæ F G & D E se intersecant, scilicet in H, ibi erit centrum circuli.

DEMONSTRATIO.

Si ex A ad B, item ex B ad C, ducantur rectæ; hæ chordæ erunt duorum arcuum circuli quæsiti (§. 13). Sed Lineæ D E & F G chordas A B & B C perpendiculariter & bifariam secant (§. 90). Ergo utraque per centrum circuli transit (§. 95.) Quare centrum erit in H, ubi lineæ se intersecant. Q. E. D.

PROBLEMA XXI.

98. *Super data recta A B quadratum construere.* Tab. III. Fig. 64.

RESOLUTIO.

1. In A erigatur perpendicularis (§. 70. 89.) ipsi A B æqualis.

2. Ex C & B, intervallo A B, fiat intersectio in D, &

3. Ducantur rectæ C D & D B.

PROBLEMA XXII.

Tab. III. Fig. 65. 99. *Datis duabus rectis A B & B C Rectangulum construere.*

RESOLUTIO.

1. Jungantur A B & B C ad angulos rectos (§. 89).

2. Ex A intervallo B C, describatur arcus, & ex C intervallo A B alius priorem intersecans in D.

3. Tandem ducantur rectæ C D & D A.

PROBLEMA XXIII.

Tab. III. Fig. 66. 100. *Data recta A B, una cum angulo obliquo, Rhombum construere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ad rectam A B conſtituatur angulus datus A (§. 48), & fiat A C = A B.

2. Ex C & B, intervallo A B, fiat interſectio in D.

3. Ducantur C D & D B.

PROBLEMA XXIV.

101. *Datis duabus rectis A B & A C, una cum angulo obliquo A, Rhomboidem conſtruere.* Tab. III. Fig. 67.

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem A rectæ datæ A B conſtituatur angulus datus (§. 48), & fiat A C alteri datarum æqualis.

2. Ex B intervallo A C deſcribatur arcus, & ex C, intervallo A B alius priorem interſecans in D.

3. Ducantur denique rectæ C D & D B.

THEOREMA XVI.

Tab. IV. Fig. 68.

102. *Diagonalis A D dividit quadratum, Rectangulum, Rhombum, & Rhomboidem, in duas partes æquales: anguli diagonaliter oppositi sunt æquales, & latera opposita A B & C D, A C & B D inter se parallela.*

DEMONSTRATIO.

In omnibus hisce figuris, est A C = B D & C D = A B (§. 20). Ergo Triangula A C D = & A B D æqualia, item *x* = *x* & *o* = *o*, *u* = *u* (§. 51), consequenter A B ipsi C D & A C ipsi B D parallela (§. 73). Q. E. D.

COROLLARIUM

103. Adeoque omnia hæc Quadrilatera sunt Parallelogramma (§. 23).

PROBLEMA XXV.

104. *Invenire angulum Poligoni regularis.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum Poligoni.

2. Numerus, qui prodit, à 180 subtrahatur: remanebit numerus graduum dato angulo respondens.

Ex. gr. In Hexagono 360 per 6 dividatur & quotus 60 à 180 subtrahatur, prodibunt 120° pro angulo A B C.

DEMONSTRATIO.

Sit A B C angulus quæsitus. Describatur per tria puncta A, B, C circulus (§. 97). Quoniam A B = B C (§. 21), erunt quoque arcus A B & BC æquales (§. 92). Jam cum arcus A D, semissis ipsius A D C, sit mensura anguli B (§. 84); arcus A D vel angulus B innotescit, arcum A B subtrahendo à semicirculo B A D. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXVI.

105. *Invenire summam omnium angulorum in quocunque Poligono.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicentur 180 per numerum laterum.

2. Ex producto subducantur 360, residuum erit summa angulorum.

E. gr. pro pentag. 180 pro Hexag 180

180	180
5	6
900	1080
360	360
540	720

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 70. Quodlibet Poligonum ex assumto in eo puncto F in tot Triangula resolvitur, quot habet latera. Si ergo 180 per numerum laterum multiplices, summa angulorum prodit, omnium horum Triangulorum (§. 74).

Sed anguli circa punctum F, qui non pertinent ad angulos Poligoni, semper efficiunt 360° (§ 42).

Quod si ergo à facto supra invento subtrahantur 360, summa angulorum Poligoni relinquitur. *Q. E. D.*

PRO-

PROBLEMA XXVII.

106. *Super data recta A B Poligonum regulare quodcunque describere.*

RESOLUTIO.

In A & B fiant anguli dimidio angulo Poligoni sigillatim æquales; hac ratione latera Trianguli æquicruri A B C se mutuo secabunt in centro Circuli C. Tab. IV. *Fig.* 71.

2. Ex C radio C A describatur Circuli peripheria, & in ea applicetur latus A B, quoties fieri potest.

PROBLEMA XXVIII.

107. *Circulo dato Poligonum regulare quodcunque inscribere.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum ut habeatur quantitas anguli A C B. Tab. IV. *Fig.* 72.

2. Transferatur is ad centrum

Circuli C (§. 48), ita innotescit latus Poligoni AB, quod

3. In peripheria ejus quoties licet, applicari poterit.

THEOREMA XVII.

108. *Latus Hexagoni AB æquatur radio Circuli AC.*

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 72. Angulus ACB est 60° (§. 107). Proinde reliqui A & B 120° (§. 77). Quia vero AC = BC (§. 27); erit etiam A = B (§. 79). Consequenter unusquisque eorum 60°, adeoque angulo C æqualis. Ergo quoque AB = AC [§. 82]. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

109. Hexagonum igitur regulare Circulo inscribitur, radium ad peripheriam sexies applicando.

COROLLARIUM II.

110. Et si super linea data Hexagonum des-

describendum est, sufficit, Triangulum æquilaterum super ea construi (§. 53): est enim vertex C centrum Circuli Hexagono quæsito circumscribendi.

PROBLEMA XXIX.

111. *Datis omnibus lateribus figuræ cujuscunque, & tot Diagonalibus, quot sunt latera, demtis tribus; figuram construere.*

RESOLUTIO.

Cum figura quælibet per Diagonales in tot Triangula resolvatur, quot sunt latera demtis duobus, non alia re opus est, quam ut unum Triangulum super altero exstruatur (§. 55). Tab. IV. *Fig.* 73.

PROBLEMA XXX.

112. *Datis omnibus lateribus & tot angulis, quot sunt latera, demtis tribus, Figuram construere.*

RESOLUTIO.

TAB. IV. Fig. 74. 1. Ducatur recta AB, uni datorum laterum æqualis, ad A & B ponantur anguli requisiti A & B, eidem adjacentes (§. 48), quibus

2. Latera A E & B C applicentur.

3. Quod si in E ponatur angulus conveniens (§. 48) E D applicari, & D C duci potest.

4. Vel duobus ultimis E D & C D, ex E & C fiat intersectio in D, & sic figura claudetur.

SCHOLION.

113. *Si omnes anguli, præter unum, dentur, duo latera dari opus non est.*

PROBLEMA XXXI.

114. *Invenire Aream Quadrati.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur longitudo lateris.

2. Hæc

2. Hæc ducatur in seipsam, factum exprimit Aream Quadrati.

Sit e. gr. Latus Quadrati	345″
	345
	1725
	1380
	1035
Erit Area	119025″

DEMONSTRATIO.

Pro mensuranda superficie, opus est ut superficies pro mensura assumatur. Cum vero Quadratum nonnisi angulos rectos & latera æqualia habeat, hoc pro mensura assumere libitum fuit. Idcirco pertica quadrata dicitur quadratum, quod perticam longum, & perticam latum est; pes quadratus, qui pedem longus, & pedem latus est; &c. Quod si igitur latus A B, e. gr. in 4 partes æquales divisum fuerit, vel 4 pedes contineat; evidens est, numerum pedum Quadratorum in Quadrato majore A B D C contentorum

torum reperiri, si latus in se ipsum ducatur. Nam in quadrato majore tot reperiuntur Quadratorum minorum series, & in qualibet serie, tot Quadratula, quot latus A B habet partes.

COROLLARIUM I.

115. Si latus Quadrati fuerit 10, Area erit 100. Cum igitur decempeda in mensura lineari sit 10 pedum, pes 10 digitorum &c. Pertica quadrata in mensura superficiali 100 pedes, pes quadratus 100 digitos quadratos &c. continet.

COROLLARIUM II.

116. Datus igitur numerus facile in digitos, pedes, & perticas quadratas, resolvitur; scilicet à dextra sinistram versus duæ notæ digitis, duæ pedibus resecentur: residuæ enim perticis cedunt. E. gr. 119025 digiti conficiunt 11 perticas, 90 pedes, 25 digitos.

PROBLEMA XXXII.

Tab. IV. Fig. 76. 117. *Invenire Aream Rectanguli A B C D.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Mensuretur latitudo AB, item altitudo BC.

2. Ducatur illa in hanc, factum erit Area quæsita Figuræ.

E. gr. Sit AB = 3° 4′ 5″
AD = 1 2 3

10	3	5
69	0	
345		
4° 2′ 35″		

DEMONSTRATIO.

Eadem est, quæ Problematis præcedentis.

THEOREMA XVIII.

118. *Duo Parallelogramma ABDC, & EFDC, quæ eandem basin CD, & eandem altitudinem AC habent, sunt inter se æqualia.* TAB. IV. Fig. 77.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = BD, EC = FD, & AE = BF (§. 20 *Geom.*) & (§. 24 *Arithm.*); △AEC = △BED (§. 51); consequenter, si utrinque Triangulum

lum BEG auferatur, ABGC = EGDF (§. 25 *Arithm.*); jam ſi utrinque addatur Triangulum CDG, erit quoque ABDC = EFDC (§. 24 *Arithm.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

119. Ergo & Triangula quæ eandem baſin, & eandem altitudinem habent æqualia ſunt.

COROLLARIUM II.

120. Triangulum itaque dimidium Parallelogrammi eſt, ſuper eadem vel æquali baſi & inter eaſdem parallelas conſtituti (§. 22).

PROBLEMA XXXIII.

121. *Invenire Aream Rhombi & Rhomboidis.*

RESOLUTIO.

TAB. IV. Fig. 78. 1. In latus AB pro baſi aſſumtum demittatur ex C perpendiculum CE (§. 69).

2. Mul-

2. Multiplicetur basis AB, per altitudinem CE. Factum erit Area quæsita.

E. gr. Sit AB = 456″
CE = 234

1824
1368
912

10°67′04″

DEMONSTRATIO.

Rhombus vel Rhomboides AB DC æquatur Rectangulo, cujus basis AB, altitudo vero CE (§. 118. 103). Sed Area Rectanguli invenitur, si AB ducatur in CE (§. 117). Ergo Area Rhombi & Rhomboidis similiter invenitur, si AB ducatur in CE. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXIV.

122. *Invenire Aream Trianguli.*

RESOLUTIO.

1. In latus AB pro basi assumtum, TAB. IV. *Fig.* 79.

tum, demittatur ex C perpendicularis CD (§. 69).

2. Investigetur longitudo linearum AB, & CD, ducanturque in se invicem.

3. Productum dividatur per 2. Et prodibit Area Trianguli.

DEMONSTRATIO.

Multiplicando AB per CD prodit Area Parallelogrammi, cujus latera A B & CD (§. 117. 121). Sed cum Triangulum sit hujus Parallelogrammi dimidium (§. 120); Area inventa per 2 dividenda est, quo Area Trianguli prodeat. *Q. E. D.*

ALITER.

Basis A B multiplicetur per dimidiam altitudinem C D, vel etiam altitudo C D per dimidiam basin A B. Factum erit Area Trianguli: ut ex exemplo adjecto apparet.

AB

AB = 3°4′2″ AB = 3°4′2″ ½ AB = 1° 7′1″ CD = 234 ½ CD = 117 CD = 234

1368	2394	684
1026	342	513
684	342	342
800 28	40014. ACB	4014
ACB 2) 400 14. ACB.		

PROBLEMA XXXV.

123 *Invenire aream cujuscunque Figuræ rectilineæ.* TAB. IV. *Fig.* 80.

DEMONSTRATIO.

Cum Figura quælibet ex angulo B per diagonales BE, BD, in tot Triangula resolvatur, quot sunt latera, demtis duobus, quemadmodum ex. gr. Pentagonum ABCDE in tria Triangula ABE, BED & BCD; inveniantur, juxta Problema præcedens, Areæ singulorum Triangulorum inventæque addantur.

Vel si duo perpendicula CF & EG ad eandem demittantur basin, Area Trapezii EBCD una opera re-

reperitur, si vel dimidia basis BD per summam altitudinum EG & CF, vel basis integra per semisummam altitudinum multiplicetur.

EXEMPLUM.

$\frac{1}{2}$ BD = 4°3′	$\frac{1}{2}$ BD = 4°3′	$\frac{1}{2}$ EB = 4°2′
CF = 35	EG = 45	AH = 30.
215	215	△ AEB 1260′
129	172	
△ BCD 1505	△ EBD 1935	
	△ AEB 1260	
	△ BCD 1505	
	Area Figuræ = 4700′	

COROLLARIUM I.

Tab. IV. Fig. 81.

124. Poligonum regulare ex centro circuli circumscripti C in tot Triangula æqualia resolvitur, quot sunt latera. Bases enim horum Triangulorum AB, BE, EF &c. (§. 21), item eorum crura AC, CB, CE, CF &c. sunt inter se æqualia (§. 27). Ergo Triangula quoque ipsa sunt inter se æqualia (§. 51). Quod si igitur Area unius horum Triangulorum inveniatur (§. 122) eaque per numerum laterum multiplicetur, prodibit Area Poligoni.

Ex.

Ex. gr. $\frac{1}{2}$ A B = 2°7′
D C = 29

243
54

△ A B C 783
Numerus laterum 5

Area Pentagoni = 39°15′

COROLLARIUM II.

125. Hinc Poligonum regulare æquatur Triangulo, cujus basis peripheriæ totius Poligoni æqualis est, altitudo vero perpendiculo C D, ex centro C in latus unum A B demisso (§. 119). Tab. IV. *Fig.* 81. 82.

COROLLARIUM III.

126. Quod si latera Poligoni Circulo inscripti infinite parva assumantur, in peripheriam Circuli tandem desinent. Et tum altitudo Trianguli C D radio B C congruet. Proinde Circulus Triangulo æquatur, cujus basis peripheriæ Circuli, altitudo vero radio æqualis est (§. 125).

COROLLARIUM IV.

127. Sector igitur Circuli A C B æqualis est Triangulo, cujus basis, arcus A B, altitudo vero radius A C. Tab. IV. *Fig.* 83.

COROLLARIUM V.

128. Datis igitur peripheria & diametro Circuli, invenitur ejus Area, si illa in quartam hujus partem ducatur.

SCHOLION.

129. *In invenienda vera ratione diametri Circuli ad ejus peripheriam, ab omni ævo multi desudarunt: nemini tamen hactenus successit, ut ut nostra præsertim ætate ars inveniendi in Mathesi in immensum aucta fuerit. Rationem tamen haud infelici successu in numeris prope veris, nonnulli dare conati sunt.* Archimedes *in suo libello de dimensione Circuli, propositione secunda, primus demonstravit, rationem diametri ad peripheriam esse ut 7 ad 22 fere. Quoniam vero hæc ratio in Circulis majoribus in excessu peccat, alii accuratiorem investigarunt. Nemo autem plus operæ impendit* Ludolpho à Ceulen, *qui tandem reperit, posita diametro Circuli* 100 000 000 000 000 000 000 *peripheriam esse* 314 159 265 358 979 323 846 *fere.*

Enimvero quoniam hi numeri nimis prolixi, quo minus per eos calculus institui possit, adhibentur tantum utrinque tres notæ priores, & ratio diametri ad peripheriam Circuli ponitur ut 100 *ad* 314: *in qua* Ptolomæus, Vieta, Hugenius, *cum* Ludolpho à Ceulen *consentiunt.*

Pro-

Proportio, quam Adrianus Metius, *tradit, inter omnes quæ parvis numeris exprimuntur, accuratissima, ut* 113 *ad* 355: *demonstratio sequitur infra in Trigonometria. Quod vero omnes diametri ad suas peripherias eandem rationem habeant, facile concipi potest. Nam si in diversis Circulis ratio peripheriarum ad diametros diversa foret, per eam distingui possent, ac proinde minime similes forent, contra superius demonstrata* (§. 34).

THEOREMA XIX.

130 *Area Circuli est ad quadratum suæ diametri ut* 785 *ad* 1000 *quam proxime.*

DEMONSTRATIO.

Nam posita diametro 200 partium, erit peripheria 314 (§. 129), adeoque Area Circuli 7850 (§. 128), Quadratum vero diametri 10000 (§. 114): consequenter Area ad Quadratum ut 7850 ad 10000, hoc est, dividendo utrinque per 10, ut 785 ad 1000 (§. 59 *Arithm.*). *Q. E. D.*

THEOREMA XX.

131. *Areæ Circulorum sunt inter se ut Quadrata diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Area Circuli unius, est ad Quadratum suæ diametri, ut Area Circuli alterius ad Quadratum suæ diametri, (§. 129. 130). Ergo erit quoque Area Circuli unius, ad Aream Circuli alterius, ut Quadratum diametri unius ad Quadratum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*). *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXVI.

132. *Data diametro Circuli invenire peripheriam.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 100, 314 & diametrum datam, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm*). Qui est peripheria quæsita (§. 129),

Ex

Ex. gr. Sit diameter 56'''. Dic.

100 — 314 — 56

56

1884

1570

17 5' 8'' 4''' Peripheria Circuli.

PROBLEMA XXXVII.

133. *Data peripheria Circuli (17584''') invenire diametrum.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 314, 100 & datam peripheriam 17584''' numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). prodibit 56 diameter quæsita (§. 129).

314 — 100 — 17584

100

1758400

18

202

1758400 — (5°6'0''0''' diameter

31111

3111

22

PROBLEMA XXXVIII.

134. *Data diametro (vel peripheria) Circuli, invenire Aream ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo peripheria (§. 132) vel diameter (§. 133).

2. Ducatur peripheria, in quartam diametri partem (§. 128).

E. gr. Sit diameter 5600''', erit peripheria 17584''', consequenter Area circuli 24617600'''.

ALITER.

Ducatur diameter (56') in seipsam, & quæratur ad 1000, 785, & Quadratum diametri inventum 3136, numerus quartus proportionalis 246176'' (§. 85 *Arithm.*); quo facto habetur Area Circuli quæsita (§. 130.)

PROBLEMA XXXIX.

135. *Data Area circuli invenire diametrum.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 785, 1000, & Aream Circuli datam 246176 numerus quartus proportionalis 313600 (§. 85 *Arithm.*).

2. Inde extrahatur radix quadrata 560 (§. 77 *Arithm.*), quæ est diameter quæsita (§. 130).

COROLLARIUM.

136. Quam primum diameter innotuerit peripheria quoque reperietur, per Problema 36 (§. 132).

PROBLEMA XL.

137. *Dato radio circuli AC (6′) una cum quantitate arcus AB (6. gr.) invenire Aream Sectoris ABC.* Tab. IV. Fig. 83.

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 100, 314 & radium AC numerus quartus proportionalis 1884‴ (§. 85 *Arithm.*): qui

 est

est semiperipheria (§. 132 *Geom.* & §. 59. *Arithm.*).

2. Quæratur porro ad 180°, arcum datum 6°, & semiperipheriam inventam 1884‴ numerus quartus proportionalis 62 $\frac{4}{5}$ (§. 85 *Arithm.*); qui arcum AB in lineis exhibebit.

3. Ducatur hic numerus in semiradium 300‴, factum exprimet Aream Sectoris ABC 18840‴ (§. 122. 127).

THEOREMA XXI.

Tab. IV. Fig. 84. 138. *Duo Parallelogramma ABDC & BEFD ejusdem altitudinis AC sunt inter se ut bases CD & DF: contra sunt, ut eorum altitudines, si bases æquales fuerint.*

DEMONSTRATIO.

Area Parallelogrammi AD habetur, si basis ejus CD per AC multiplicetur; Area vero Parallelogrammi BF, si basis ejus DF, per AC multiplicetur (§. 117.). Adeoque hæc duo Parallelogramma

ma sunt ut facta ex A C in C D, & ex A C in D F, id est, ut C D ad D F (§. 59 *Arithm.*): *Quod erat primum.*

Nec absimili modo demonstratur, Parallelogramma æquales bases habentia, esse inter se ut altitudines: *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

139. Quoniam quodlibet Triangulum considerari potest ut dimidium alicujus Parallelogrammi (§. 120); etiam Triangula ejusdem altitudinis erunt inter se ut bases; & quæ super eadem vel æquali basi, ut altitudines.

PROBLEMA XLI.

140. *Parallelogrammum A B E C ex dato puncto D in duas partes æquales dividere.* TAB. V. Fig. 85.

RESOLUTIO.

Fiat E F = A D & ducatur recta D F, erunt Trapezia A D F C & D B E F æqualia.

D E-

DEMONSTRATIO.

Triangula ABC & BCE sunt æqualia (§. 102). Quia AB ipsi EC æqualis & parallela (§. 103) & EF = AD, erit $o = x, = y = u$ (§. 72) & FC = DB (§. 25 *Arithm.*). Ergo △ DBG = △ GCF (§. 50); consequenter Trapezium ACFD æquale Trapezio DFEB (§. 24. 25 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLII.

141. *Data Area Trianguli* (36'), *una cum ejus basi* (18'); *invenire altitudinem.*

RESOLUTIO.

Area Trianguli (36') per basin dimidiam (9') dividatur, quotus (4') est altitudo (§. 122).

PROBLEMA XLIII.

Tab. V. Fig. 86.

152. *Figuram rectilineam quamcun-*

cunque in quotlibet partes æquales dividere.

DEMONSTRATIO.

1. Quæratur Area Figuræ (§. 123) & dividatur in tot partes æquales in quot Figura dividi debet e. gr. in tres.

2. Area Trianguli AED subtrahatur à triente Figuræ, & residuum dividatur per $\frac{1}{2}$ AD; erit quotus altitudo Trianguli ADI priori AED addendi, quo AEDI triens Figuræ fiat (§. 141)

3. Intervallo hujus altitudinis ducatur parallela ipsi AD (§. 67), quæ secabit AB in I: quo puncto dato recta DI duci poterit.

4. Dimidium trientis Figuræ dividatur per $\frac{1}{2}$ DI; quotus erit altitudo Trianguli DIK, Sextans Figuræ

5. Intervallo hujus altitudinis agatur ipsi ID parallela, ut habeatur punctum K.

6. Sextans totius Figuræ dividatur

tur per $\frac{1}{2}$ DK & intervallo quoti, denuo agatur ipsi DK parallela, quo punctum L reperiatur, & recta KL duci possit quae alteram partem DIKL resecabit, simulque tertiam LKBC determinabit.

E. gr. Sit AD 516″, AC 580″, EH 154″, BG 315″ DF 375″; erit AED 39732″, ABC 95350″, ADC 108750″, adeoque Area integra 239832″, triens 79944″, Sextans 39972″, altitudo △li DIA 156″, △li DIK 151″ & △li DKL 139″.

SCHOLION.

143. *Perfecta divisione in charta; puncta I, K & L per quantitatem rectarum AI, IK & DL in Campo facile determinantur.*

THEOREMA XXII

Tab. V. Fig. 87. 114. *In Triangulo rectangulo ABC Quadratum ACFG lateris maximi AC, aequale est summae Quadratorum BCED, & ABIH reliquorum laterum BC & AB.*

DEMONSTRATIO.

Ducantur rectae AE & BF, itemque

que BK ipsi AG parallela (§. 67). Quoniam Triangulum BCF cum Rectangulo LCFK super eadem basi CF & inter easdem parallelas CF & BK existit, hujus semissis erit (§. 120). Pari modo quoniam Triangulum ACE cum Quadrato BCED, super eadem basi CE, & inter easdem parallelas AD & CE existit, hujus semissis est (§. 120). Sed CF = AC, & BC = CE (§. 20), & angulus ACE angulo BCF æqualis (§. 24 *Arithm.*), quia nempe ACF = BCE = 90° (§ 20. 37). Ergo tota Triangula ACE & BCF (§. 49), consequenter etiam Quadratum BDEC & Rectangulum LCFK æqualia sunt (§. 26 *Arithm.*).

Jam cum eodem modo ostendatur, quod Quadratum AHIB Rectangulo ALKG æquale sit; manifestum est, Quadrata AHIB & BCDE simul sumta esse Quadrato AGFC æqualia, *Q. E. D.*

SCHOLION.

145. *Hoc Theorema ab ejus Inventore* Pythagora

thagora *Theorema Pythagoricum*, *& ob ejus per Mathesin universam, usum amplissimum à nonnullis Magister Matheseos appellatur*.

PROBLEMA XLIV.

146. *Quadratum construere duobus aut pluribus simul sumtis æquale.*

RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 88. 1. Latera duorum Quadratorum AB & BC jungantur ad angulos rectos (§. 70. 89).

2. Ducatur recta AC, quæ erit latus Quadrati, quod duobus aliis simul sumtis æquale (§. 144.)

3. Super latere Quadrati tertii CD erigatur normaliter CE = AC.

4. Ducatur recta DE, quæ erit latus Quadrati quod tribus reliquis Quadrati simul sumtis æquale erit, (§. 144), & ita porro.

THEOREMA XXIII.

147. *Si in Figuris rectilineis anguli homologi æquales sunt, & rectæ quæ*

eus

eos intercipiunt, utrobique eandem habent rationem; Figuræ ſunt ſimiles: & ſi Figuræ ſimiles ſunt; anguli & latera dicto modo ſe habent.

DEMONSTRATIO.

Figuræ rectilineæ diſtingui nequeunt niſi per quantitatem angulorum homologorum, & rationem eos intercipientium laterum, nihil enim præter hæc in eis diſtincte cognoſci poteſt. Proinde ſi anguli æquales ſunt & latera, quæ eos intercipiunt, eandem rationem habent, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. Ergo ſimiles ſunt (§. 4). *Quod erat primum.*

Si duæ Figuræ ſimiles ſunt, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. (§. 4).

Sed Figuræ rectilineæ per quantitatem angulorum homologorum & rationem laterum quæ eos intercipiunt, diſtinguntur. Ergo quantitas angulorum

& ratio laterum utrinque eadem esse debent. *Quod alterum.*

THEOREMA XXIV.

Tab. V. Fig. 89. 148. *Si in duobus Triangulis B A C & D F E fuerit B = D & C = E; erit B A: A C = D F: F E & A B: BC = F D: D E: & contra, si latera proportionalia, anguli homologi quoque æquales erunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & C = E, & ex duobus angulis datis & latere uno Triangulum construi potest (§. 60); Triangula B A C & D F E eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter B A : A C = F D: F E & A B : BC = F D : D E (§. 147). *Quod erat primum.*

Quoniam in casu altero, tria latera unius Trianguli proportionalia sunt tribus lateribus alterius, & ex tribus lateribus construi potest Triangulum (§. 55); Triangulan-

angula ABC & DFE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33), consequenter anguli homologi æquales (§. 147). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

149. *Si in Triangulo ABC recta DE basi BC parallela ducatur, erit AD ad AE, ut AB ad AC, & ut BD ad EC, item AD: DE = AB: BC.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE parallela ipsi BC; erit $o = x$ & $u = y$ (§. 72), hinc AD: AE = AB: AC, & AD: DE = AB: BC (§. 148); consequenter ob AD: AB = AE: AC (§. 83 *Arithm.*), AD: AE = BD: EC *Q. E. D.* TAB. V. Fig. 89.

PROBLEMA XLV.

150. *Datis duabus lineis AC & AB tertiam proportionalem invenire.* TAB. V. Fig. 90.

RESOLUTIO.

1. Fiat pro lubitu angulus E A D. &

2. Ex A in C transferatur linea A C; ex A in B, item ex C in E linea A B.

3. Ducatur ex B ad C recta C B & ex E recta D E parallela ipsi C B, quod peragitur, si angulus E angulo C æqualis fit (§. 73); erit B D tertia proportionalis quæsita (§. 149).

PROBLEMA XLVI.

Tab. V. Fig. 91. 151. *Datis tribus lineis A B, A C & B D invenire quartam proportionalem.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur pro arbitrio angulus E A D.

2. Ex A in B transferatur linea A B, ex A in C linea A C, & ex B in D linea B D.

3. Ex B ad C ducatur recta, &

4. Ex

4. Ex D alia DE parallela ipsi CB, ut in Problemate præcedente: erit CE quarta proportionalis quæsita (§. 149).

THEOREMA XXVI.

152. *Si in duobus Triangulis ABC & FDE, fuerit B = D & AB: BC = FD: DE, erit quoque A = F & C = E, & BA: AC = DF: FE.* TAB. V. Fig. 89.

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & AB: BC = FD: DE, & ex duobus lateribus cum angulo intercepto Triangulum construi potest (§. 58); Triangula ABC & FDE eodem modo generantur, adeoque similia sunt (§. 33); consequenter A = F, C = E & BA: AC = DF: FE (§. 147). *Q. E. D.*

SCHOLION.

153. *Theoremata de similitudine Triangulorum sunt ex utilissimis in universa Mathesi, & ad plurima perducunt inventa, quæ in*

illa haberi possunt. Potissima quoque Geometriæ Praxis in Campo, iis innititur, ut mox pluribus patebit.

PROBLEMA X.

TAB. V. Fig. 92. 154. *Datam rectam in quotcunque partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. In rectam CD pro arbitrio assumtam transferantur tot partes æquales, in quot data dividenda, e. gr. quinque.

2. Super CD construatur Triangulum æquilaterum CED (§. 53).

3. Ex E in A transferatur recta data, itidemque ex E in B.

4. Tandem agatur ex vertice Trianguli E versus primum divisionis punctum recta EG; erit AF pars quinta lineæ datæ AB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam EA : EB = EC : ED, erit A = C & EA : AB = EC : CD

CD (§. 152). Sed EC = CD: ergo EA = AB. Proinde AB æqualis rectæ datæ. Quare cum sit porro EA : AF = EC : CG (§. 148), hoc est, AB : AF = CD : CG, & CG = $\frac{1}{5}$ CD, erit etiam AF = $\frac{1}{5}$ AB (§. 53 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLVIII.

155. *Rectam datam in ea proportione secare, in qua alia CD secta fuit.* TAB. V. Fig. 98.

RESOLUTIO.

1. Super linea secta CD construatur Triangulum æquilaterum (§. 53).

2. Ex E in A & B tranferatur linea data, erit AB æqualis datæ.

3. Ex vertice Trianguli E ad puncta divisionum G, I ducantur rectæ EG, EI. Hæ lineam datam AB secabunt in F & H in debita proportione.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Problematis præcedentis.

SCHOLION.

156. *Problematis hujus uſus ampliſſimus eſt in Architectura, tam civili quam militari, præſertim ubi Ichnographiæ vel ampliandæ vel contrahendæ.*

PROBLEMA XLIX.

157. *Parallelogrammum atque Triangulum in quotcunque partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. Fig. 106. 107. 1. Dividatur baſis CD vel CB in tot partes æquales, in quot figura dividenda (§. 154).

2. Ex punctis diviſionum 1. 2. ducantur in caſu primo, cum altero latere AC parallelæ 1. 1. & 2. 2 (§. 67), in caſu altero rectæ uſque ad verticem Trianguli A1 & A2. Quo facto utraque

que Figura in partes æquales divisa est (§. 138. 139).

PROBLEMA L.

158. *Inter duas Lineas A B & B E mediam proportionalem invenire.* Tab. VI. Fig. 108.

RESOLUTIO.

1. Jungantur lineæ datæ A B & B E in directum, dividaturque A E bifariam in C (§. 90).

2. Ex C intervallo ipsius A C describatur semicirculus.

3. Ex B erigatur perpendicularis B D (§. 70). Hæc est media proportionalis quæsita.

DEMONSTRATIO.

Angulus A D E est rectus (§. 86): A B D est etiam rectus (§. 18), angulus D A B utrique Triangulo D A B & D A E communis. Ergo angulus A D B æqualis est angulo D E B (§. 78). Sed in Triangulo D E B angulus D B

E est etiam rectus (§. 18). Ergo A B est ad B D ut B D ad B E (§. 148). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

159. Quod si aliquâ Linea pro unitate assumatur, & exinde numerus datus per aliam lineam exprimatur, per præsens Problema auxilio Scalæ Geometricæ, Radix quadrata extrahi potest (§. 74 *Arithm.*).

SCHOLION II.

160. *Eodem prorsus modo per Problema* 46 (§. 151). *Regula trium in lineis absolvi potest.*

PROBLEMA LI.

Tab. VI. Fig. 109. 161. *Data chorda alicujus arcus A B una cum ejus altitudine D F, invenire diametrum E D & per consequens centrum Circuli C.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quæratur ad F D & F B tertia pro-

proportionalis (§. 85 *Arithm.*), ut habeatur EF (§. 158).

2. Ad FE si addatur altitudo arcus DF, habetur diameter ED, quæ

3. Bifariam secetur, ut habeatur radius EC & per consequens centrum C.

E. gr. Sit DF 8′ 3″ FB 1°6′6″

```
83 — 166 — 166
     166       1
    -----------
     996      22
     996     366
     166   27556     ⎧ 332″  EF
    -----            ⎨  83   DF
   27556    8333     ⎩ 415″  ED
              88   2) 2075‴  EC
```

SCHOLION.

162. *Hoc Problema in Architectura civili usum habet, cum aperturæ januarum & fenestrarum arcubus includendæ.*

PROBLEMA LII.

163. Data chorda alicujus arcus AB & ejus altitudine DF, invenire Aream segmenti ADBFA.

RESO-

RESOLUTIO.

TAB. VI. *Fig.* 109. 1. Quæratur primo diameter D E (§. 161).

2. Deſcribatur Circulus & in eo applicetur chorda A B.

3. Ope Tranſportatoris menſuretur angulus A C B (§. 43.)

4. Tum inveſtigetur Area Sectoris A C B D A (§. 137). &

5. Ex data chorda A B & differentia F C inter altitudinem arcus D F & radium D C, Area Trianguli A C B (§. 122).

6. Tandem Triangulum A C B ex Sectore A C B D A ſubtrahatur, reſiduum erit ſegmentum A D B F A.

Ex gr. Sit A B 600‴, D F 80‴; erit D E 1205‴, arcus A B 60°, Ergo Area Sectoris ACBDA 189973‴. Jam cum F C 522‴, A F 300‴; erit △ A C B 156600‴, conſequenter Segmentum AFBDA 33373‴.

PROBLEMA LIII.

TAB. V. *Fig.* 94. 164. *Scalam Geometricam conſtruere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta AE, & in eam transferantur partes 10 æquales arbitrariæ magnitudinis ex A in B, & ulterius intervallum AB, quoties libuerit.

2. In A excitetur perpendicularis AC arbitrariæ longitudinis in partes 10 æquales divisa (§. 70).

3. Per singula divisionum puncta agantur parallelæ cum AE (§. 67). &

4. In ultimam CD tranferantur partes 10 partibus ipsius AB æquales.

5. Superius 10 & inferius 9, superius 9 & inferius 8, superius 8 & inferius 7, superius 7 & inferius 6 &c. rectis connectantur.

Dico, si AB fuerit decempeda, fore partes B1. 1. 2. 2. 3 &c. pedes: contra 9. 9 digitum unum, 8. 8 digitos duos, 7. 7 tres, 6. 6 quatuor &c.

DEMONSTRATIO.

Quoniam 10 pedes conficiunt decempedam (§. 9), evidens est, quod partes in recta AB sint pedes. Esse vero 9. 9 digitum unum, 8. 8 duos, 7. 7 tres &c. demonstratur ita. Quia 9. 9 est parallela ipsi C 9, erit ut A 9 ad AC, ita 9. 9 ad C 9 (§. 149). Quare cum sit A $9 = \frac{1}{10}$ AC, erit $9.\ 9 = \frac{1}{10}$ C 9, adeoque digitus (§. 9) &c. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

165. Quod si ergo circinus collocetur in tertia vel septima linea & aperiatur eo usque, donec rectam infra ex pede quinto ductam attingat; habentur 5 pedes & insuper 3 vel 7 digiti, & sic porro.

PROBLEMA LIV.

Tab. V. Fig. 95. 166. *Metiri distantiam duorum locorum A & B, ex eodem tertio D accessorum.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. In menſula Geometrica in D horizontaliter collocata aſſumatur punctum *c*.

2. Ex hoc puncto collineetur Dioptras verſus A, ducaturque recta *c a*.

3. Similiter collineetur verſus B, ducaturque recta *c. b*.

4. Menſurentur decempeda lineæ *c* A & *c* B, quæ

5. Ex Scala Geometrica (§. 164) transferantur ex *c* in *a* & *b*.

6. Tandem ſuper eadem Scala menſuretur linea *a b*, quæ indicabit diſtantiam quæſitam A B.

DEMONSTRATIO.

Quia angulus *c* utrique Triangulo *acb* & A*c*B communis, & latera, quæ eum intercipiunt, proportionalia ſunt; inferre licet, ut *c a* ad *c* A ita *ab* ad A B (§. 152). Sed *c a* totidem continet partes Scalæ ſeu menſuræ

ræ minoris quot *c* A majoris: ergo etiam *a b* totidem menſuræ minoris partes continebit, quot partes A B continebat majoris menſuræ, qua in Campo uſus es. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Collocato Inſtrumento Goniometrico in D, menſuretur angulus A *c* B (§. 43).

2. Menſurentur quoque lineæ *c* A & *c* B (§. 44).

3. Ope tranſportatoris & Scalæ Geometricæ conſtruatur Triangulum *a c b* (§. 58).

4. Super Scala Geometrica (164) menſuretur linea *a b*: ita innoteſcet, quot decempedas, pedes atque digitos A B contineat.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum proxima præcedente.

PROBLEMA LV.

Tab. V. Fig. 96.

167. Invenire diſtantiam duorum loco-

locorum A & B quorum tantum unus A accessibilis est,

RESOLUTIO.

1. Mensula Geometrica in statione ad arbitrium electa C, collocata, per Dioptras collineetur ex puncto *c* ad utrumque locum A & B.

2. Quæratur distantia stationis C à loco accesso A.

3. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur ex *c* in *a*.

4. Transferatur mensula in A ita ut punctum *a* ipsi A immineat & per Dioptras regulæ ad *a c* applicatæ baculus in C defixus conspiciatur.

5. Mox per illas collineetur ex *a* in B ducaturque recta *a b*.

6. Denique in Scala Geometrica (§. 164), capiatur intervallum ipsius *a b*; ita distantia quæsita A B innotescet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *c* = C & *a* = A;

erit *a c* ad A C ut *a b* ad A B (§. 148). Sed linea *a c* totidem continet partes Scalæ Geometricæ, ſeu menſuræ minoris quot linea A C menſuræ majoris: ergo etiam *a b* totidem partes Scalæ Geometricæ, ſeu menſuræ minoris continere debet, quot A B menſuræ majoris continet. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Inſtrumento Goniometrico menſurentur, anguli C & A (§. 43), itemque longitudo ipſius A C (§. 44).

2. Conſtruatur ex his datis ope Tranſportatoris & Scalæ Geometricæ Triangulum *a c b* (§. 60).

3, Secundum Scalam Geometricam menſuretur linea *a b* & innoteſcet diſtantia quæſita A B.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, cum proxime præcedente.

PRO-

PROBLEMA LVI.

168. *Metiri distantiam duorum locorum inaccessorum A B.* TAB. V. Fig. 97.

RESOLUTIO.

1. Duabus stationibus in C & D electis, in prima C collocetur mensula, in altera defigatur baculus.

2. Ex puncto *c* per Dioptras collineetur ad baculum D, itemque ad B & A, eoque versus ducantur super mensula rectæ.

3. Mensuretur distantia stationum C D (§. 44.) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur in mensulam ex *c* in *d*.

4. Baculo in C defixo mensula ita collocetur in D, quo punctum *d* ipsi D immineat, collimantique per Dioptras regulæ ad *c d* applicatæ, baculus in C occurrat.

5. Collimetur porro ex *d* ad A & B, ducanturque super mensula rectæ *d a* & *d b*.

6. Tandem super Scala Geome-

trica (§. 164) mensuretur *a b*, hoc modo innotescet distantia quæsita A B.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *d* utrique Triangulo *d c b* & DCB communis, & angulus *c* angulo C æqualis; erit *c d* ad CD ut *b c* ad BC (§. 148). Rursus quia per eandem rationem Triangulum *a c d* Triangulo A C D simile; erit *c d* ad CD ut *a c* ad AC (§. 148); consequenter etiam *b c* ad B C ut *a c* ad A C (§. 57 *Arithm.*). Jam cum præterea angulus *a c b* angulo ACB æqualis sit, erit *a b* ad A B ut *a c* ad A C (§. 152), vel *c d* ad C D (§. 57 *Arithm.*). Quoniam vero totidem partes respondent rectæ *d c* in Scala Geometrica, quot rectæ D C in mensura majore: ipsi quoque *a b* totidem respondere debent partes, in Scala Geometrica, quot ipsi A B in mensura majore, qua in Campo usus es. *Q. E. D.*

RESO-

RESOLUTIO ALIA.

1. Ex prima ſtatione C menſurentur anguli *x* & *y*, & ex ſtatione D anguli *z* & *w* (§. 43) quorum ſummæ dant angulos A C D & B D C. Tab. VI. *Fig.* 98.

2. Menſuretur porro diſtantia ſtationum C D (§. 44): quæ

3. Juxta Scalam Geometricam transferatur in chartam, & ope angulorum *x* & *z* + *w* conſtruatur Triangulum B C D, & ope angulorum *z* & *x* + *y* alterum A C D (§. 60).

4. Tandem in Scala Geometrica metire lineam A B, ita innoteſcet diſtantia quæſita.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum proxime præcedente.

SCHOLION.

169. *Simili methodo reperiuntur diſtantiæ plurium locorum ſimul, ſi nimirum ex duabus Stationibus ad ſingula collimetur.*

PROBLEMA LVII.

TAB. V. Fig. 99. 170. *Altitudinem accessam A B metiri.*

RESOLUTIO.

1. Statione in D electa, mensula verticaliter erigatur, ita ut latus ipsius inferius sit horizonti parallelum: id quod haud difficulter obtinetur ope perpendiculi.

2. Regula cum Dioptris ad illam horizontaliter applicata collimetur versus locum, cujus altitudo quæritur, ducaturque recta *c* E.

3. Circa punctum *c* vertatur regula donec oculo per Dioptras transpicienti apex altitudinis A occurrat, ducaturque in mensula recta *c b*.

4. Mensuretur distantia stationis ab altitudine C *c* (§. 44) &

5. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur in mensulam ex *c* in E.

6. In E erigatur perpendiculum E *b* (§. 70), quod

7. Ad

7. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicatum, partem altitudinis A C manifestat.

8. Huic addatur altitudo B C, Summa est altitudo quæsita A B.

DEMONSTRATIO.

Angulus *c* est utrique Triangulo E *c b* & C *c* A communis: anguli ad E & C sunt recti: adeoque erit *c* E ad *c* C ut *b* E ad A C (§. 148.). Sed E *c* totidem continet partes Scalæ Geometricæ quot *c* C mensuræ majoris. Ergo etiam E *b* totidem partes Scalæ Geometricæ quot A C majoris mensuræ, qua in campo usu es, contineat necesse est. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Mensuretur angulus E (§. 43) & distantia stationum A D vel C E (§. 44.) TAB. VI. *Fig.* 100.

2. Construatur ex his datis Triangulum rectangulum *e b c* (§. 60).

3. Mensuretur altitudo *b c* super

Scala Geometrica, & prodit altitudo B C.

4. Huic addatur altitudo instrumenti, summa est altitudo A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum præcedente.

SCHOLION.

171. *In omnibus his resolutionibus supponitur linea A D horizontalis: Stante enim Instrumento in altiore vel humiliore loco, quam est altitudo B A sita; consultum est, ut angulus C E A, quoque mensuretur, & Triangulum C E A juxta Scalam in Charta construatur.*

PROBLEMA LVIII.

Tab. VI. Fig. 101. 172. *Altitudinem inaccessam A B metiri.*

RESOLUTIO.

1. Duabus Stationibus in D & E electis, collineetur ut in Problemate præ-

præcedente, ad apicem A & punctum C, in statione prima D.

2. Mensuretur distantia stationum E D (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex puncto *f*, quod ipsi D imminere debet, in *e*.

3. Translata mensula in E, ita ut punctum *e* ipsi E immineat, collineetur sicut ante ad baculum in D defixum & apicem A.

4. Ubi recta *c a* rectam *f a* intersecat, demittatur *a c* ad *f c* perpendicularis (§. 69), quæ

5. Ad Scalam Geometricam (§. 164). applicata dabit altitudinem A C.

6. Huic addatur altitudo B C, summa est altitudo desiderata A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

RESOLUTIO ALIA.

Mensuretur in statione D angulus Tab. VI. *Fig.* 101. 102.

f & in altera E angulus *e* (§. 43), & distantia stationum E D (§. 44), hæc

2. Transferatur in chartam juxta Scalam Geometricam (§. 164).

TAB. VI. Fig. 102. 3. In ea ope angulorum *e* & *f* construatur triangulum *f e a* (§. 60).

4. Demittatur ex *a* in basin *f e* continuatam in *c*, perpendicularis *a c* (§. 69).

5. Tandem super Scala Geometrica (§. 164) mensuretur *a c*, eique addatur altitudo Instrumenti, quo quantitas angulorum explorata fuit, vel observentur, quæ (§. 171) dicta sunt: ita prodibit altitudo quæsita A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA LIX.

TAB. VI. Fig. 103. 173. *Figuræ quævis rectilineæ A B C D E quæ permeari potest Ichnographiam perficere.*

RESOLUTIO.

Menfurentur longitudines fingulorum laterum AB, BC, CD, DE, EA; itemque diagonalium AC & AD; quo facto figura juxta Scalam Geometricam (§. 164) in charta delineari poteft (§. 111).

DEMONSTRATIO.

Ichnographice Figuram defcripturus parvam Figuram ita defcribere debet, ut ejus finguli anguli fint æquales fingulis angulis Figuræ majoris, & latera inter fe ut latera hujus. Quod fi ergo pro quovis latere Triangulorum ABC, ACD, ADE, fuper Scala tot partes affumantur, quot in folo cuivis lateri refpondent, erunt latera Figuræ parvæ, inter fe ut latera figuræ magnæ. Exiftentibus enim AB e. gr. 6 & BC 7 in folo, erit etiam in charta AB 6, & BC 7: confequenter erit AB ad BC utrinque ut 6 ad 7: anguli igitur Figuræ parvæ æquales funt angulis Figuræ ma-

magnæ (§. 148). Quoniam vero anguli Figuræ, cum angulis Triangulorum coincidunt, oportet ut singuli anguli Figuræ parvæ æquales sint singulis angulis Figuræ magnæ. Q. E. D.

ALITER.

Tab. VI. *Fig.* 104. 1. Mensula intra Figuram posita eligatur punctum F.

2. Ex F collineetur in baculos, in singulis Figuræ angulis A, B, C, D, E defixos, ducanturque rectæ F *a*, F *b*, F *c*, F *d*, F *e*.

3. Mensurentur lineæ F A, F B, F C, F D, F E (§. 44).

4. Inde determinentur lineæ F *a*, F *b*, F *c*, F *d*, F *e* juxta Scalam (164).

5 Tandem ducantur rectæ *a b*, *b c*, *c d*, *e d* & *e a*; ita Figura quæsita terminabitur.

DEMONSTRATIO.

In Triangulo *a* F *b* est F *a* ad F *b* ut F A ad F B in Triangulo A F B, &

& angulus F eſt utrique Triangulo communis: ergo eſt quoque F*b*, ad FB ut *ba* ad BA (§. 152). Eodem modo oſtenditur eſſe F*b* ad FB ut *bc* ad BC; conſequenter etiam *ba* ad *bc* ut BA ad BC (§. 57 *Arithm.*). Eſt vero etiam angulus ABC æqualis angulo *abc* (§. 152). Quare cum eadem ratione demonſtretur eſſe reliquos angulos *c*, *d*, *e*, *a* æquales angulis C, D, E, A atque reliqua latera inter ſe ut latera CD, DE, EA; patet, Ichnographiam Figuræ majoris eſſe perfectam. Q. E. D.

ALITER.

1. Ex F menſurentur anguli AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 43). Item lineæ FA, FB, FC, FD & FE (§. 44).

2. Transferantur anguli in chartam (§. 48) itemque lineæ juxta Scalam Geometricam (§. 164).

3. Ducantur rectæ *ab*, *bc*, *cd*, *ed*, & *ea*; ita Figura deſiderata terminabitur.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ proxime præcedens.

PROBLEMA LX.

Tab. VI. Fig. 105. 174. *Ichnographiam figuræ ABCDE perficere quæ ex duabus Stationibus A & B tota videri poteſt.*

RESOLUTIO.

1. Poſita menſula in A, collimetur ad omnes figuræ angulos B, C, D & E, ducanturque rectæ verſus eos ex puncto A.

2. Menſuretur diſtantia ſtationum A B (§. 44) & in menſulam ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex A in *b*.

3. Menſula ex A transferatur in B, ita ut punctum *b* ipſi B reſpondeat collimantique per Dioptras regulæ ad lineam *b* A applicatæ baculus in A defixus occurrat, tum

4. Collimetur ex puncto B verſus ſin-

ſingulos figuræ angulos, & verſus eos rectæ ducantur, quæ priores in *e*, *d*, *c* interſecant.

5. Tandem ducantur rectæ *ed*, *dc*, quo facto Ichnographia erit perfecta.

DEMONSTRATIO.

Eadem fere eſt, quæ Problematis 56 (§. 168).

ALITER.

Ex A menſurentur anguli CAB, DAC, EAD, itemque ex B anguli EBA, DBE, CBD (§. 43), ut & ſtationum diſtantia AB (§. 44).

2. In charta deſignetur linea *ab*, & in eam transferatur ex Scala Geometrica (§. 164) longitudo Lineæ AB.

3. In *bac*, *cad*, *dae* transferantur anguli CAB, DAC & EAD: in *abe*, *ebd*, *dbc* autem anguli ABE, EBD, DBC (§. 48).

4. Tandem puncta *a*, *e*, *d*, *c*, *b* rectis

rectis connectantur: quo facto Figuræ propositæ, Ichnographia erit absoluta.

DEMONSTRATIO.

Coincidit denuo cum demonstratione Problematis 56 (§. 168).

PROBLEMA LXI.

175. *Ichnographiam Figuræ ABCDE perficere, quam totam circumire licet.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. Fig. 105. 1. Mensula in A collocata collimetur in baculos in B & E defixos, ut angulus B A E seu *b a e* in eadem designari possit.

2. Mensuretur utraque recta AB & AE (§. 44) atque juxta Scalam transferantur in mensulam ex *a* in *b* & *e* (§. 164).

3. Mensula in B transferatur ita ut punctum *b* puncto B congruat, exinde

exinde retro collimetur in A ut & in C, quo angulus CBA in mensula designari possit.

4. Mensuretur Linea BC (§. 44) & transferatur in mensulam ex *b* in *c* (§. 164).

5. Hoc modo totam Figuram circumeundo, Ichnographia tandem absolvetur.

DEMONSTRATIO.

Singuli enim anguli Figuræ minoris, sunt æquales singulis angulis Figuræ majoris, & latera illius sunt inter se ut latera hujus: Figura igitur minor est majori similis (§. 147). *Q. E. D.*

ALITER.

Mensurentur omnia latera (§. 44) & tot anguli, quot sunt latera, demtis tribus (§. 43). His enim datis Ichnographia absolvi potest (§. 112).

PROBLEMA LXII.

176. *Cujuscunque Campi vel agri Aream invenire.*

RESOLUTIO.

1. Perficiatur primo ejus Ichnographia juxta Problemata præcedentia. Postea
2. Quæratur Area figuræ juxta Problema 35 (§. 123).

DEFINITIO XV.

TAB. VI. Fig. 110. 177. Si semicirculus X circa diametrum AB gyretur; Sphæra generatur.

COROLLARIUM.

178. Omnia ergo puncta in superficie Sphæræ æqualiter à centro distant (§. 13).

DEFINITIO XVI.

TAB. VI. Fig. 111. 179. Si Figura rectilinea ABC juxta ductum lineæ rectæ AD motu

tu sibi semper parallelo sursum vel deorsum feratur, *Prisma* describitur. Sed si Circulus X juxta ductum lineæ rectæ FG eodem modo sursum vel deorsum feratur, vel Rectangulum ABCD aut Quadratum circa altitudinem suam BC gyretur, *Cylindrus* generatur. *Fig.* 112. 113.

COROLLARIUM I.

180. Quodlibet adeo Prisma habet duas bases æquales & circum circa terminatur tot Parallelogrammis, quot latera basis habet.

COROLLARIUM II.

181. In Cylindro & Prismate, omnes sectiones, basi parallelæ sunt inter se æquales.

DEFINITIO XVII.

182. Si rectangulum ABCD juxta rectam AE pari modo feratur; *Parallelepipedum* describitur: si Quadratum O juxta rectam HI lateri ejus æqualem TAB. VII. *Fig.* 114. *Fig.* 115.

lem, deorſum feratur; *Cubus* generatur.

COROLLARIUM I.

183. Terminatur adeo Parallelepipedum ſex rectangulis, quorum bina oppoſita inter ſe æqualia ſunt. Et ſectiones baſi parallelæ ſunt inter ſe æquales.

COROLLARIUM II.

184. Cubus terminatur ſex Quadratis inter ſe æqualibus.

DEFINITIO XVIII.

TAB. VII. Fig. 116. 185. Si Triangulum rectangulum ABC circa latus unum AB gyretur, *Conus* generatur.

COROLLARIUM

186. Omnes ſectiones baſi Coni parallelæ, Circuli ſunt, tanto tamen minores, quo vertici A propiores.

DEFINITIO XIX.

TAB. VII. Fig. 117. 187. Si recta AD in puncto D fixa,

fixa, circa integram peripheriam Figuræ rectilineæ ABC, altera sua extremitate A convertatur, oritur Pyramis. Si figura ABC fuerit Circulus, emergit *Conus*. *Fig.* 116.

COROLLARIUM.

188. Pyramis pro basi figuram rectilineam habet, & terminatur circum circa tot triangulis, cum verticibus in uno puncto D coëuntibus, quot basis latera habet.

DEFINITIO XX.

189. *Corpus regulare* vel *ordinatum* est solidum æqualibus planis regularibus ejusdem speciei terminatum, cujus anguli solidi omnes inter se æquales sunt: reliqua corpora dicuntur *irregularia* vel *inordinata*.

DEFINITIO XXI.

190. Præter *Cubum* (§. 182) sunt adhuc quatuor alia Corpora regularia nimirum *Tetraëdrum*, quod quatuor; *octaëdrum*, quod octo; *Icosaëdrum* quod TAB. VII. *Fig.* 118. *Fig.* 119. 120.

qnod viginti Triangulis æquilateris includitur; & *Dodecaëdrum* quod duodecim Pentagonis regularibus continetur. Fig. 121.

PROBLEMA LXIII.

191. *Soliditatem ac superficiem Cubi determinare.*

RESOLUTIO.

Mensura solidorum est pertica cubica, hoc est, Cubus cujus latus perticam æquat. Hæc dividitur in pedes, digitos &c. cubicos. Illi sunt Cubi, quorum latus pedem; hi Cubi, quorum latus digitum æquat.

Soliditatem adeo Cubi determinaturus.

1. Metitor latus Cubi, ducitoque in se ipsum; factum est basis (§. 114. 184).

2. Idem factum porro ducito in latus, prodibit soliditas Cubi.

3. Contra si basin per 6 multipli-

plicet, reperiet ſuperficiem integri Cubi (§. 184).

EXEMPLUM.

Latus 34′	
34	Baſis 1156′
136	34
102	4624
Baſis 1156	3468
6	Soliditas Cubi 39304′
Superficies 6936′ Cubi	

DEMONSTRATIO.

Si latus Cubi in partes quotcunque æquales diviſum concipiatur, evidens eſt tot proditura Cuborum minorum ſtrata quot altitudo habet partes, & in quolibet ſtrato tot fore Cubos minores quot Quadrata in baſi reperiuntur. Tab. VII. Fig. 122.

Ex quo patet multiplicando baſin per altitudinem, proditurum numerum Cuborum minorum quos major continet, Q. E. D.

COROLLARIUM V.

192. Quod si latus Cubi fuerit 10, erit Soliditas 1000. Quare si latus fuerit perticæ unius, sive 10 pedum, 1000 pedes cubici in majore cubo continentur. Adeoque pertica cubica 1000 pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus, 1000 lineas cubicas continet.

THEOREMA XXVII.

193. *Parallelepipeda, Prismata, & Cylindri, quorum bases & altitudines æquantur æqualia sunt.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Parallelepipedum, Prisma & Cylindrus in discos crassitiei quantumlibet exiguæ secari cogitentur: non solum disci erunt inter se æquales (§. 181. 183;) verum etiam si duo corpora eandem altitudinem habent, tot disci ex uno prodibunt quot ex altero. Adeoque hæc Corpora spatium æquale occupant. Q. E. D.

PRO-

PROBLEMA LXIV.

194. *Metiri Soliditatem ac ſuperficiem Parallelepipedi.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicetur longitudo AB per latitudinem BC, ut habeatur baſis ABCD (§. 117. 183). Tab. VII Fig. 123

2. Hæc ſi porro multiplicetur per altitudinem BF, prodibit Soliditas quæſita.

E. gr. Sit AB 36′ BC 15′ BF 12′

Longitudo AB	36	Baſis ABCD	540
Latitudo BC	15	Altitudo BF	12
	180		1080
	36		54
Baſis ABCD	540	Soliditas	6480

PRO SUPERFICIE.

1. Multiplicetur AB per BC, item AB per BF & BF per BC, ut habeantur quadrilatera BD, EB & BG (§. 117. 183).

2. Addantur hæc tria quadrilatera & ſumma multiplicetur per 2; factum erit

erit Superficies Parallelepipedi (§. 117. 183).

E. gr.	AB 36′	AB 36′	BC 15′
	BC 15	BF 12	BF 12
	180	72	30
	36	36	15
	□ DB 540′	□ BG 432′	□ BE 180′

□ BG 432
□ BE 180

1152′
2

2304′ Superficies Parallelepipedi.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonstratione Problematis præcedentis. (§. 191).

THEOREMA XXVIII.

195. *Planum diagonale DBFH dividet Parallelepipedum in duo Prismata, inter se æqualia.*

DEMONSTRATIO.

TAB. VII. *Fig.* 123. Diagonalis DB dividit Parallelogrammum ABCD in duo Triangula æqualia (§. 102).

Sed

Sed cum Prismata ADBFGH & DBCEFH præter bases æquales, eandem quoque altitudinem DH habeant; ipsa quoque æqualia erunt (§. 193. *Q. E. D.*

PROBLEMA LXV.

196. *Metiri Soliditatem, ac Superficiem Prismatis.* TAB. VII. Fig. 124.

RESOLUTIO.

1. Quæratur basis Prismatis (§. 117. 121. 122. 123. 124).

2. Inventa multiplicetur per altitudinem, prodibit Soliditas quæsita.

3. Peripheria baseos integra multiplicetur per eandem altitudinem; factum exprimet superficiem, seclusis basibus.

4. Quæ si addantur, habebitur superficies integra (§. 180).

E. Gr.

E. Gr. Sit AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB 8′
$\frac{1}{2}$ CD 3
ABC 24′

ABC 24′
AE 15
120
24
Soliditas Prismatis 360′

BC 91″
AB 80
AC 62
Peripheria 233″
AE 15.0
11650
233
Superf. absque basibus 34950″
ABC —— 2400
HEI 2400
Superf. integr. 39750″

DEMONSTRATIO.

Prisma Triangulare dimidium Parallelepipedi est, quod duplam basin, sed eandem altitudinem habet (§. 195). Quod si basis Parallelepipedi per altitudinem multiplicetur, prodit ejus Soliditas (§. 194). Ergo si dimidia Parallelepipedi basis, hoc est, basis

basis Prismatis Triangularis per altitudinem multiplicetur, Parallelepipedi dimidium, hoc est, Prismatis Soliditas habetur. Cum omnia Prismata reliqua in Triangularia resolvi possint, quæ de Triangularibus demonstravimus iis quoque conveniunt.

PROBLEMA LXVI.

197. *Data diametro & altitudine Cylindri invenire Soliditatem ac superficiem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur basis Cylindri (§. 134). quæ
2. Ducatur in altitudinem, quod prodit est Soliditas Cylindri quæsita.
3. E contra si Peripheria multiplicetur per eandem altitudinem, factum est superficies, seclusis basibus.
4. Quæ addantur, & prodibit tota superficies Cylindri quæsita.

E. gr.

Tab. VI. Fig. 113. E. gr. Sit Diameter 2 A B 560″, Altitudo B C 892″ erit.

Basis	246176″
Altitudo B C	892
	492352
	2215584
	1969408
Solid.	219588992″
Cylindri.	

Periph.	17584″
B C	8920
	351680
	158256
	140672
Superf.	156849280″
seclus. bas.	24617600
Bases	24617600
Superficies	206084480″

DEMONSTRATIO.

Quoniam Circulus est Poligonum regulare infinitorum laterum, Cylindrus considerari potest tanquam Prisma, infinitorum laterum. Proinde Soliditas ejus invenitur basi in altitudinem; Superficies vero peripheria baseos, in eandem altitudinem ducta (§. 196). Q. E. D.

THEOREMA XXIX.

198. *Pyramides & Coni super eadem*

dem basi, & ejusdem altitudinis sunt æquales.

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 223),

THEOREMA XXX.

199. *Qualibet Pyramis, est tertia pars Prismatis, super eadem basi & ejusdem altitudinis.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 224).

COROLLARIUM.

200. Cum itaque Conus, pro Pyramide infinitangula haberi possit; erit Conus tertia pars eandem Basin & eandem altitudinem habentis Cylindri.

PROBLEMA LXVII.

201. *Metiri Soliditatem Pyramidis & Coni.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Quæratur Soliditas Prismatis, vel Cylindri, eandem cum Pyramide vel Cono basin & altitudinem habentis. (§. 196. 197).

2. Inventa dividatur per 3: quotus erit soliditas Pyramidis vel Coni. (§. 199. 200).

VEL.

Multiplicetur basis utrinque per tertiam altitudinis partem.

E. Gr. Soliditas Prismatis (§. 196) est 360'. Soliditas ergo Pyramidis erit 120'. Soliditas Cylindri (§. 197) est 219° 588' 992". Soliditas itaque Coni erit 731 963 30 $\frac{2}{3}$".

PROBLEMA LXVIII.

Tab. VII. Fig. 125. 202. *Invenire Soliditatem Coni truncati ABDC.*

RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut differentia AH

Semi-

Semidiametrorum A G & CF ad altitudinem Coni truncati CH; ita semidiameter major A G ad altitudinem Coni integri E G (§. 149); invenietur per Regulam trium altitudo Coni integri EG (§. 85 *Arithm.*).

2. Ex hac & Diametro A B quæratur Soliditas Coni integri A E B (§. 201).

3. Altitudo Coni truncati FG ab altitudine integri E G subducatur, ut relinquatur altitudo ablati E F.

4. Ex hac, & Diametro C D quæratur Soliditas Coni E C D (§. 201).

5. Tandem Conus minor E C D à majore A E B auferatur, residua erit Soliditas truncati A C D B.

E. gr. Sit A B 36′ C D 20′, F G = C H 12′; erit A G 18′, C F 10′ & A H 8′; ergo

A H : C H = A G : G E

8 : 12 = 18 :

4)2 : 3 = 18 (§. 96 *Arithm.*)

2)1 : 3 = 9

3

27 = G E

12 = G F

15 = F E

100 : 314 = 18 :
18
2512
314
46′5″2‴ Semiperiph. major
1 800 A G
4521600
5652
101736″ Basis major
90 $\frac{1}{3}$ GE
9°156′240″ Conus A E B
100:314 = 10
10
314″ Semiperiph. minor
100 C F
31400″ Basis minor
50 $\frac{1}{3}$ E F
1570000″ Soliditas Coni C E D
9156240 Soliditas Coni A E B
7586240″ Soliditas Coni truncati A C D B.

THEOREMA XXXI.

203. *Sphæra æquatur* $\frac{2}{3}$ *Cylindri super æquali basi & ejusdem altitudinis.*

D E-

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 551).

THEOREMA XXXII.

204. *Cubus diametri est ad Sphæram propemodum ut* 300 *ad* 157.

DEMONSTRATIO.

Si diameter Sphæræ 100, Cubus ejus erit 1000 000 (§. 191): & Cylindrus eandem cum Sphæra basin & altitudinem habens, 785000 (§. 197). Consequenter Soliditas Sphæræ 523333 $\frac{1}{3}$ (§. 203). Est itaque Cubus diametri ad Sphæram ut 1000 000 ad 523333 $\frac{1}{3}$, hoc est multiplicando utrinque per 3, ut 3000 000 ad 1570000 (§. 58 *Arithm.*) vel dividendo porro per 10000, ut 300 ad 157 (§. 59 *Arithm.*)

SCHOLION.

205. *Dico Cubum Diametri esse ad Sphæram* propemodum *ut* 300 *ad* 157. *In de-*

monstratione enim assumitur ratio prope vera diametri ad peripheriam 100 : 314 (§. 129).

THEOREMA XXXIII.

206. *Superficies Sphæræ est quadrupla Circuli maximi ejusdem Sphæræ.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 554).

COROLLARIUM.

207. Superficies ergo Sphæræ prodit peripheria in diametrum ducta. (§. 134).

PROBLEMA LXIX.

208. *Data Diametro Sphæræ invenire Superficiem ac Soliditatem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur peripheria Circuli maximi (§. 132).
2. Inventa ducatur in diametrum datam; factum est superficies Sphæræ (§. 207).

3. Hoc

3. Hæc si porro multiplicetur per sextam diametri partem vel per integram diametrum, & productum per 6 dividatur; prodibit Soliditas Sphæræ.

E. gr. Sit diameter 5600''', erit peripheria Circuli maximi 17584'''

	17584'''
Diameter	5600
	10550400
	87920
Superficies Sphæræ	984704''
Diameter	560
	59082240
	4923520
	551434240''

45 4
551434240
66666666 { 91905706 $\frac{2}{3}$'' Soliditas Sphæræ.

PROBLEMA LXX.

209. *Data diametro Sphæræ invenire Soliditatem ejus, alio adhuc modo.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur Cubus diametri (§. 191), vel excerpatur ex Tabulis Cuborum.

2. Inveniatur ad 300, 157 & Cubum inventum, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*), qui erit Soliditas Sphæræ (§. 204).

E. gr. Sit diameter Sphæræ 64‴, erit Cubus ejus 262144‴, consequenter

300 — 157 — 262144‴
157

1835008
1310720
262144

41156608

22 222
41156608 } 137188‴ $\frac{208}{300}$ Solid. Sphæræ
3333300

THEOREMA XXXIV.

210. *Omnia Prismata, parallelepipeda, Cylindri, Pyramides & Coni, si altitudines habeant æquales, sunt ut eorum bases, si vero bases æquales habeant, ut eorum altitudines.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Prismata, Parallelepipeda & Cylindri sunt ut facta ex basibus in altitudines (§. 194. 196. 197), Pyramides vero & Coni, ut facta ex tertia altitudinum parte in bases (§. 201): adeoque, si eorum altitudines fuerint æquales, sunt ut bases, si vero eorum bases æquales fuerint, ut altitudines (§. 58 *Arithm. Q. E. D.*

COROLLARIUM.

211. Quoniam Cylindrorum bases sunt Circuli (§. 179), Circuli autem ut Quadrata diametrorum (§. 131); ergo & Cylindri æque alti, sunt ut Quadrata diametrorum, vel peripheriarum basium.

THEOREMA XXXV.

212. *Sphæræ sunt ut Cubi diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum Sphæra una, ad

Cubum suæ diametri, ita altera ad Cubum suæ diametri (§. 204). Ergo erit etiam Sphæra una ad alteram, ut Cubus diametri unius ad Cubum diametri alterius (§. 83 *Arithm.* *Q. E. D.*

PROBLEMA LXXI.

213. *Virgulam Pythometricam construere, cujus ope haud difficulter invenitur numerus mensurarum fluidi alicujus e. gr. Cerevisiæ, Vini sublimati &c. in vase Cylindrico contenti, vel quot earum taleras capit.*

RESOLUTIO.

TAB. VII. *Fig.* 126. 1. Diameter AB, Vasis cylindrici unius mensuræ, jungatur Lineæ indefinitæ ad angulos rectos.

2. Ex A transferatur in 1 recta A 1, rectæ AB æqualis; erit B 1 diameter Vasis, quod duas mensuras capit, sed eandem cum vase priori altitudinem habet.

3. Fiat A 2 = B 1, erit B 2 diame-

meter Vasis tres mensuras capientis, sed ejusdem denuo altitudinis cum vase, quod non nisi unam capit. Eodem modo inveniuntur diametri Vasorum capaciorum A 4, A 5, A 6, &c.

4. In unum Virgulæ latus, transferantur divisiones inventæ, A 1, A 2, A 3, A 4 &c. in alterum vero altitudo Cylindri uni mensuræ æqualis, quoties fieri potest. *Ita factum est, quod petebatur.*

DEMONSTRATIO.

Duo enim Cylindri eandem altitudinem habentes, & quidem altitudinem unius mensuræ, sunt inter se ut Quadrata diametrorum (§. 211). Unde quadratum diametri Vasis, duas, tres, quatuor, &c. mensuras capientis, est duplum, triplum, quadruplum &c. quadrati diametri Vasis mensuram tantum unam capientis. Sed quadratum ipsius B 1 vel A 2 est duplum, quadratum ipsius B 2 vel A 3 triplum, quadra-

tum ipsius B 3 vel A 4 quadruplum &c. quadrati ipsius A B vel A 1 (§. 144). Quoniam vero A B vel A 1 diameter vasis est mensuram unam capientis, erit A 2 diameter Vasis duas, A 3 diameter Vasis tres, A 4 diameter Vasis quatuor &c. mensuras capientis. Quod si ergo unum Virgulæ latus, in quo hæ divisiones notatæ sunt, ad diametrum Vasis Cylindrici applices, illico constabit, quot mensuræ fundo insistere possunt. Jam si porro, ope alterius divisionis in altero Virgulæ latere factæ, longitudinem Vasis investiges; constabit, quot mensuræ sibi mutuo insistere possunt. Quare si diameter ducatur in altitudinem, prodibit numerus mensurarum. quas totum Vas capit. Beneficio itaque Virgulæ constructæ, invenitur capacitas Vasis Cylindrici, juxta mensuras, quibus ad fluida mensuranda utimur. *Q. E. D.*

SCHO-

SCHOLION.

214. *Sit e. gr. diameter Vasis cylindrici 8, altitudo 12; erit numerus mensurarum, quas capit 96.*

PROBLEMA LXXII.

215. *Invenire Capacitatem Dolii, hoc est, determinare numerum mensurarum, quas capit.*

RESOLUTIO.

1. Conveniente latere Virgulæ Pithometricæ metire longitudinem Dolii FE, & latere altero diametrum fundi AB, item diametrum Ventris, per orificium Dolii, CD. TAB. VII. Fig. 127

2. Cum dolium in medio prope orificium Ventrem habeat, versus fundum autem utrinque depressum sit, habetur (consentiente experientia, tametsi Geometrice demonstrari nequeat) pro Cylindro cujus basis est Circulus, medius *Arithmetice* proportionalis, inter Circulum

lum minorem fundi & majorem ventris. Addatur ergo diameter major C D & minor A B.

3. Semisumma multiplicetur per longitudinem Dolii, erit factum, *vi demonstrationis problematis praecedentis* (§. 213) numerus mensurarum, quas capit Dolium.

E. gr. Sit AB = 8
CD = 12

erit summa = 20

Semisumma = 10
FE = 15

Capacitas Dolii = 150 mensurarum.

SCHOLION.

216. *Notandum est methodum justam ac facilem fluida in Doliis non plenis, juxta longitudinem jacentibus, mensurandi, hactenus desiderari: si vero erigantur, atque altitudo vini pro longitudine Dolii assumatur, per Problema praesens, quot mensuras contineat, inveniri poterit.*

PROBLEMA LXXIII.

Tab. VII. Fig. 128. 217. *Corporis irregularis cujuscunque Soliditatem invenire.*

RESOL-

RESOLUTIO.

1. Indatur corpus Parallelepipedo cavo, superfundatur aqua aut arena, illaque exacte complanata ejus altitudo AB notetur.

2. Corpore extracto observetur denuo aquæ aut arenæ rursus complanatæ altitudo AC: ita innotescit BC.

3. Quoniam Corpus irregulare æquatur Parallelepipedo DFCGE, mensuretur ejus Longitudo FC & latitudo CG, & quæratur Soliditas ejus (§. 194).

E. gr. Sit AB 8′, AC 5′; erit BC 3′. Sit porro FC 12′, CG 4′: erit Soliditas corporis 144′.

SCHOLION.

218. *Quod si corpus in istiusmodi Vas commode deponi nequeat, e. gr. Si statua immobilis mensuranda esset; Parallelepipedo aut Prismate quadrangulari circumdari & spatium vacuum arena expleri poterit; reliqua peragendo ut ante.*

PRO-

PROBLEMA LXXIV.

219. *Retia describere, ex quibus rite inter se complicatis, corpora Geometrica componi possunt.*

RESOLUTIO.

1. Construatur Triangulum æquilaterum ABC (§. 53): latera bifariam secentur in D, E & F, ducanturque rectæ DE, EF & FD: & Rete *Tetraëdri* perfectum erit 190.

2. Quod si latus AC prolongetur in G, BC in H, & ED in L, donec CG = DC, CH = FC, DI = IL = ED; rectas GL, CI & IH ducere licet, & Rete *Octaëdri* perfectum erit. (§. 190).

3. In rectam AB latus Cubi AI quater transferatur; ita ut sit AI = IL = LN = NB, & construatur Rectangulum ACDB eo modo, ut sit AC = AI (§. 99). Ducantur rectæ IK, LM, NO cum AC parallelæ, producanturque IK & LM utrinque in

in E & F, G & H, donec EI = IK = KF & GL = LM = MH; ita Rete *Hexaëdri* vel *Cubi* determinatur. (§. 182).

4. Describatur Pentagonum regulare ABCDE (§. 107); applicetur regula ad D & B, ducaturque recta BL; eademque pariter applicata ad D & A, ducatur recta AG: fiat AG = AB = BL & intervallo AB ex G & L intersectio in Q; ita Pentagonum ABLQG determinatur. Eodem modo si annectantur reliqua Pentagona BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, item reliqua sex *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, rete *Dodecaëdri* (§. 190) perfectum erit. TAB. VIII Fig. 132.

5. Describatur Triangulum æquilaterum ACB (§. 53); recta AB prolongetur in D, & in eam transferatur adhuc quater; agatur CE ipsi AD parallela, (§. 67) & fiat CI = IK = KL = LM = ME = AB; producatur AC in N, donec fiat CN = AC; applicetur regula ad B & I, F & K, G & L, H & M, D & E, du- TAB. VIII Fig. 132.

ducanturque rectæ YO, SP, TQ, VR & XE; eadem porro applicata ad D & M, H & L, G & K, F & I, B & C agantur rectæ DQ, XP, VO, TN, SC; tandem fiat MR = ME & BY = BA, & ducantur rectæ RE & AY. Figura descripta est Rete *Icosaëdri* (§. 190).

TAB. VIII Fig. 134. 6. In rectam BD transferatur ex B in H latitudo, ex H in I longitudo, ex I in K iterum latitudo, & ex K in D, longitudo Parallelepipedi; in B erigatur normaliter altitudo Parallelepipedi BA, & compleatur Rectangulum BACD (§. 99). Ducantur EH, FI, GK ipsi AB parallelæ (§. 67); & producatur EH utrinque in L & N, item FI in M & O, donec LE, MF, IO & NH, latitudini Parallelepipedi æquales fiant: ita Rete *Parallelepipedi* determinatur (§. 182).

TAB VIII Fig. 135. 7. In rectam CF transferantur latera basis Prismatis, CG, GH & HF; describatur rectangulum CAEF, cujus

cujus altitudo C A altitudini Priſmatis æqualis eſt (§. 99). Super B D & G H, lateribus A B & D E, C G & H F, conſtruantur △ △ B K D & G I H (§. 55): ita Rete *Priſmatis* factum erit (§. 179). Quod ſi baſis fuerit Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum, &c; ſuper B D & G H, Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum &c. deſcribitur.

8. Ex A latere Pyramidis A E deſcribatur arcus E B; ei applicentur latera baſis, E D, D C, C B, & ducantur rectæ A E, A D, A C, A B. Tandem ſuper D C deſcribatur baſis Pyramidis; ita Rete *Pyramidis* perfectum erit (§. 187). Tab. VIII. Fig. 136.

9. Pro Rete *Cylindri* deſcribatur rectangulum (§. 99), cujus altitudo B C altitudini Cylindri, longitudo C F peripheriæ æqualis eſt (§. 132); prolongetur B C in A & D, donec B A & C D diametro fiant æquales, & deſcribantur Circuli, baſes Cydri. *Ita factum eſt, quod petebatur.* Fig. 137.

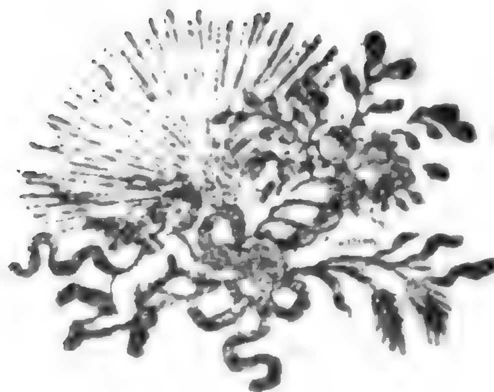
SCHO-

SCHOLION

220. *Ut Corpora ex Retibus conglutinari queant, relinquuntur margines dum exſcinduntur, quemadmodum per lineas punctatas Fig. 129. indicavimus. Hic labor Tironibus conducit, ad corpora Geometrica distincte concipienda.*

ELEMENTORUM GEOMETRIÆ

FINIS.



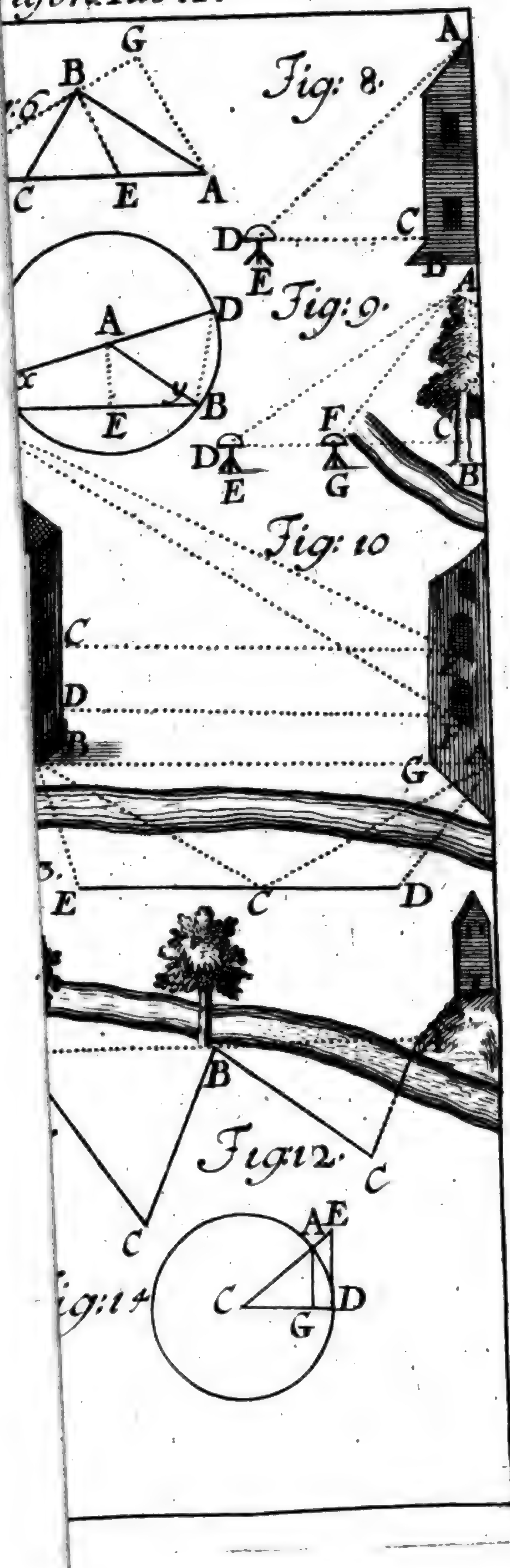
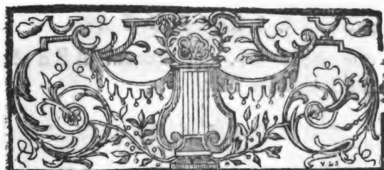
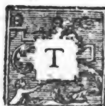


Fig: 8.
Fig: 9.
Fig: 10
Fig 12.
ig: 14



ELEMENTA TRIGONOMETRIÆ

DEFINITIO I.

1. RIGONOMETRIA, est ſcientia ex datis tribus Trianguli rectilinei partibus, quarum ſaltem una latus eſt, inveniendi tres reliquas; Ex. gr. ex duobus lateribus A B & A C, atque angulo uno C, duos angulos reliquos A & B, cum latere B C. Tab. Trigon. Fig. 1.

DEFINITIO II.

2. Dimidia chorda A D arcus AB, dicitur ſinus arcus A E, item- Fig. 2.

que arcus A I, qui arcuum A E B & A I B ſemiſſes ſunt.

COROLLARIUM I.

Fig. 2. 3. Sinus ergo cujuſvis arcus A D, ad radium circuli E C perpendicularis eſt (§. 95 *Geom.*): conſequenter ſinus diverſorum arcuum ſunt inter ſe paralleli. (§. 75 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

Fig. 2. 4. Quoniam arcus A E, anguli A C E menſura eſt, & arcus A I menſura anguli A C I (§. 16 *Geom.*), & A D eorundem angulorum ſinus erit.

COROLLARIUM III.

Fig. 2. 5. Duo igitur anguli deinceps, ſeu ſuper eadem recta E I juxta ſe poſiti, eundem ſinum habent.

DEFINITIO III.

Fig. 2. 6. Recta E F, in extremitate radii E C perpendiculariter erecta, arcus A E, conſequenter etiam anguli E C A, *Tangens* dicitur; F C autem ejuſdem & arcus & anguli *Secans*.

DE-

DEFINITIO IV.

7. Contra E D ejus *Sinus versus*; & A G (= D C) sinus arcus A H, cum arcu E A 90 gradus efficientis, dicitur *Sinus complementi*, sive *Cosinus*: hujus Tangens H L, *Tangens complementi*, sive *Cotangens*; similiter secans C L, *Secans complementi* vel *Cosecans* ejusdem arcus E A, vel anguli E C A. *Fig.* 2.

DEFINITIO V.

8. Radius denique E C vel H C, vocatur *Sinus totus*. *Fig.* 2.

COROLLARIUM.

9. Quoniam radius H C est sinus quadrantis E H: sinus totus anguli recti sinus est. (§. 37 *Geom.*). *Fig.* 2.

THEOREMA I.

10. Sinus arcuum similium B C & & E F ad radios suos A B & E D eandem rationem habent. *Fig.* 3.

DEMONSTRATIO.

Si arcus BG & EH fuerint similes; uterque eundem habet graduum numerum, consequenter anguli A & D æquales sunt (§. 35 *Geom*.). Sed anguli C & F sunt recti (§. 3). Ergo radius AB ad sinum BC est, ut radius ED ad sinum EF (§. 148 *Geom.*). Q. E. D.

SCHOLION I.

11. *Hinc sinui toti cujusvis circuli vulgo tribuuntur* 10000000 *partes, & ope Geometriæ supputatur, quot horum partium Sinui & Tangenti cujusvis gradus, immo cujusvis quoque minuti per integrum quadrantem cedant. Hoc modo* Tabulæ Sinuum & Tangentium *conditæ fuerunt, quibus in Trigonometria indigemus: quemadmodum* in Elementis *fusius ostenditur.*

SCHOLION II.

12. *Quoniam Sinus & Tangentes sunt numeri prolixi, qui multiplicationem & divisionem in Trigonometria permolestas reddunt; ideo* Johannes Neperus *in Scotia Ba-*

ro

ro & post eum Henricus Briggius *Anglus certos numeros excogitarunt, qui loco vulgarium, non sine insigni calculi compendio possunt adhiberi; quia multiplicationem in additionem, & divisionem in subtractionem convertunt. Dicuntur* Logarithmi *& non solum pro omnibus Sinibus & Tangentibus; verum etiam, pro numeris naturalibus ab* 1 *usque ad* 1000, *nonnunquam ultra, in Tabulis Sinuum & Tangentium vulgaribus extant. De his igitur agendum est antequam* ad Problemata Trigonometrica accedamus.

DEFINITIO VI.

13. Si duæ numerorum Series, altera in Geometrica, altera in Arithmetica Proportione progrediuntur; posteriores *Logarithmi* dicuntur priorum.

SCHOLION I.

14. *Sint duæ series numerorum.*

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512
0.	1.	2.	3,	4.	5.	6.	7.	8.	9

quorum illi in Geometrica, hi in Arithmetica Proportione progrediuntur, erit 0 *Logarithmus unitatis* : 1 *Logarithmus binarij* 2 : 2 *Logarithmus quaternarii* 4 : 7 *Longarithmus* 128 *&c.*

SCHOLION II.

15. *Si Logarithmus unitatis est* 0, *erit Logarithmus facti, æqualis aggregato ex Logarithmis factorum.* E. gr. 3 *summa logarithmorum* 1 *&* 2 *est logarithmus producti* 8 *ex* 2 *in* 4. *Rursus* 7 *summa logarithmorum* 2 *&* 5, *item* 4 *&* 3, *est logarithmus producti* 128 *ex* 4 *in* 32, *item ex* 8 *in* 16. *Hinc logarithmus quadrati, æqualis est duplo logarithmi radicis.* E. gr. 4 *Logarithmus numeri quadrati* 16 *est duplus logarithmi* 2 *radicis* 4; *&* 6 *Logarithmus numeri quadrati* 64 *est duplus logarithmi* 3 *radicis* 8. *Et vicissim dimidium logarithmi numeri alicujus est logarithmus radicis quadratæ ejusdem numeri. Sic dimidium logarithmi* 8 *est logarithmus radicis* 16, *numeri quadrati* 256. *Similiter logarithmus Cubi, est triplus logarithmi radicis. Sic* 9 *logarithmus numeri cubici* 512 *est triplus logarithmi* 3 *radicis* 8; *ac proinde logarithmus radicis cubicæ pars tertia logarithmi numeri cubici.* Ex. gr. 2 *logarithmus numeri* 4 *est pars tertia logarithmi* 6 *numeri cubici* 64.

SCHOLION III.

16. *Si Logarithmus unitatis est* 0; *erit logarithmus quoti æqualis differentiæ logarithmorum divisoris & dividendi. Et logarithmus fra-*

fractionis invenitur, si logarithmus numeratoris subtrahatur a logarithmo denominatoris & residuo præfigatur signum subtractionis —. Sic 2 differentia inter 5 & 7 est logarithmus quoti 4 ex 128 per 32. Similiter 5 differentia inter 3 & 8 est logarithmus quoti 32 ex 256 per 8. Ast — 1 *differentia inter* 0 & 1 *est logarithmus fractionis* $\frac{1}{2}$.

SCHOLION IV.

17. *Hinc liquet, quomodo ope logarithmorum multiplicatio in additionem, divisio in subtractionem, extractio radicis quadratæ, in bipartitionem & extractio radicis cubicæ, in tripartitionem convertatur.*

SHOLION V.

18. Pro logarithmis.

Numerorum 1. 10. 100. 1000. 10000 *assumserunt Tabularum conditores*, 0. 00 000 000, 1. 00 000 000, 2. 00 000 000, 3. 00 000 000, 4. 00 000 000 *hincque laboriosissimo modo, omnium numerorum logarithmos ab* 1 *usque ad* 10000 *immo postea usque ad* 100000 *deduxerunt, quemadmodum in Elementis docetur. Inde porro logarithmos Sinuum & Tangentium determinarunt, ut ibidem videre est. Methodum utendi logarithmis sequentia problemata declarabunt.*

THEOREMA II.

Fig. 4. 19. *In omni Triangulo A B C latera sunt ut sinus oppositorum angulorum.*

DEMONSTRATIO.

Si concipiatur Triangulum A B C Circulo inscriptum, quod semper fieri potest (§. 97 *Geom.*), dimidius arcus A B mensura anguli C erit (§. 84 *Geom.*), adeoque dimidium latus A B sinus ejusdem (§. 2). Pariter dimidius arcus A C, est mensura anguli B, ac proinde dimidium latus A C, sinus anguli B. Ergo ut latus A B, ad sinum sibi oppositi anguli C, ita latus A C, ad sinum sibi oppositi anguli B, (§. 59 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA I.

Fig. 4. 20. *Datis duobus angulis A & C, una cum latere A B; invenire latus B C.*

RESO-

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19).

Ut ſinus anguli C
ad latus ſibi oppoſitum AB
Ita ſinus anguli A
ad latus ſibi oppoſitum BC

E. gr. Sit C = 48° 35′, A = 57° 29′, AB = 74′: per logarithmos ita operamur:

Log. Sin C. - - - - 9 .8750142
Log. AB - - - - - 1 .8692417
Log. Sin. A - - - 9 .9259487
Summa 11.7951804
Log. BC - - - - - - 1 .9201662, cui in Tabulis proxime respondent 83′

SCHOLION I.

21. *Quod ſi* 83 *pedibus non contentus, etiam digitos deſideres, evolve eundem logarithmum* B C, *ſub Characteriſtica* 2 *poſt* 830: *&* *Logar.* 832 *quam proxime ad eum accedere deprehendes, adeoque præter* 83 *pedes adhuc* 2 *digitos eſſe. Si porro lineas deſideres, quære eundem logarithmum denuo ſub characteriſtica* 3 *poſt* 8320 & ipſi quam proxime Logarithmum 8320 reſpondentem reperies; proinde fore latus B C, 8°, 3′, 2″, 1‴. Hoc pacto ſemper ratio inſtituenda eſt, quando Loga-

rithmus sub sua characteristica, non accuratus reperitur.

SCHOLION II.

22. *Quoniam Resolutio Problematis per Regulam trium peragitur (§. 85 Arithm.) ideoque sinus A per latus A B multiplicari & productum per sinum anguli C dividi deberet; liquet, logarithmum lateris A B ad logarithmum sinus A addendum & à summa logarithmum sinus C subtrahendum esse* (§. 15. 16).

PROBLEMA II.

Fig. 4. 23. *Datis lateribus A B & B C una cum angulo C uni eorum opposito invenire angulos reliquos.*

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19):
Ut latus unum A B
ad sinum anguli dati sibi oppositi C;
Ita latus alterum B C
ad sinum anguli quæsiti, sibi oppositi A

E. gr.

E. gr. Sit A B = 82', B C = 75', C = 64° 33'.

Calculum ita instituesa

Logar. A B - - - - 1. 9138138
Logar. Sin C - - - 9. 9556688
Logar. B C - - - - 1. 8750613
Summa 11. 8307301

Log. Sin A - - - 9. 9169163, cui in Tabulis proxime respondent 55° 40'

SCHOLION I.

24. *Quod si 55° 40' satis non habes, poteris insuper Secunda hunc in modum reperire. A logarithmo invento. . . ., 9. 9169. 163 subtrahatur in*

Tabulis proxime minor. . . 9. 9168. 593
& notetur differentia prima 570
Similiter à proxime majore. 9. 9169. 455
Subtrahatur proxime minor. 9. 9168. 593
& notetur differentia altera 862
Inferatur: 862 *dant* 60″ *quot dabunt* 570
60
34200

862) 34200 (39″
2586
8340
7758
582

Quo facto obtinebis 39″. *Est ergo angulus A* 55° 40' 39″.

SCHO-

SCHOLION II.

25. *Datis duobus angulis A & C, tertius invenitur per Geometriam (§. 77 Geom.): Ceu ex adjuncto apparet exemplo.*

C =	64°	33′	0″
A =	55	40	39
A + C	120	13	39
A + C + B	179	59	60
B	59	46	21

PROBLEMA III.

Fig. 5. 26. *Datis in Triangulo rectangulo duobus lateribus A B & B C angulum rectum B intercipientibus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

Assumto BC pro sinu toto, erit A B Tangens anguli C (§. 6). Inferatur ergo

Ut latus unum BC
ad alterum AB;
Ita sinus totus
ad Tangentem anguli C.

E. gr.

E. gr. Sit BC 79′; AB 54′; calculus talis erit.

Log. BC - - - - - - - - 1.8976.271
Log. AB - - - - - - - - 1.7323.938
Log. Sin. tot. - - - 10 0000 000

Log. Tang. C. - - - - 9.8347667, cui in Tabulis quam proxime respondent 34° 21′. Est ergo angulus C 34° 21′; angulus vero A 55° 39′ (§. 75 *Geom.*).

LEMMA.

27. *Si ad Semisummam duorum numerorum vel quantitatum addatur Semidifferentia, prodit numerus major: Si vero hæc ab illa subtrahatur, relinquitur numerus minor.*

DEMONSTRATIO.

Numerus major componitur ex minore & differentia, ergo summa componitur, ex minore bis sumto & differentia. Quare cum semisumma componatur ex minore & semidifferentia; prodit numerus major, si ad semisummam semidifferentia addatur, contra relin-

linquitur minor, si ab illa subtrahatur. *Q. E. D.*

PROBLEMA IV.

Fig. 6. 28. *Datis duobus Trianguli lateribus* AC & CB *cum angulo intercepto* C, *invenire angulos reliquos.*

RESOLUTIO.

I. Inferatur:

Ut summa laterum AC & CB
ad differentiam eorundem:
Ita Tangens semisummæ angulorum quæsitorum A & B
ad Tangentem semidifferentiæ eorundem

2. Addatur semidifferentia ad semisummam; aggregatum erit angulus B, datorum laterum majori AC oppositus. Eadem à semisumma subtrahatur, remanebit angulus A (§. 27).

Ex. gr. sit AC 75′, BC 58′, C 108°, 24′; calculus ita instituetur.

AC

AC	75°	AC	75′	A+B+C	179° 60′
BC	58	BC	58	C	108 24
AC+BC	133′	AC-BC	17′	A+B	71° 36′
				½(+AB)	35° 48′

Log. AC + BC 2.1238516
Log. AC — BC . . . . 1.2304489 }
Log. Tang. ½(A+B) 9.8580694 }

Summa 11.0885183

Log. Tang. ½(A—B) 8.9646667, cui in Tabulis proxime respondent 5° 17′.

½(A+B)	35° 48′	½(A+B)	35° 48′
½(A—B)	5 17	½(A—B)	5 17
B	41° 5′	A	30° 31′

DEMONSTRATIO.

Latus AC prolongetur in D, donec CD = BC, & fiat CE = BC; erit DA summa, EA differentia laterum CB & CA, & angulus DBE rectus (§. 86 *Geom.*). Ducatur AG ipsi EB parallela; erit angulus G etiam rectus, & GAD = BED (§. 37. 72 *Geom.*); item GB tangens anguli GAB, & GD tangens anguli GAD (§. 6). Est vero DCB = CBA + CAB = CBE + CEB = 2 CEB (§. 74. 79 *Geom.*); a-

deoque C E B itemque C A G semisumma angulorum quæsitorum C B A & C A B, consequenter B A G semidifferentia (§. 27). Ergo est ut D A summa laterum A C & C B, ad E A differentiam eorundem; ita D G tangens semisummæ angulorum quæsitorum, ad B G tangentem semidifferentiæ (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

PROBLEMA V.

29. *Datis tribus Trianguli lateribus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

Fig. 7. 1. Ex vertice anguli A, latere minimo A B, describatur circulus; erit ob A D = A B = A F (§. 27 *Geom.*) C D summa crurum A C & A B; C F vero differentia eorundem.

1. Inferatur: ut basis Trianguli B C ad summam crurum A B + A C; Ita differentia eorundem F C ad segmentum basis G C.

3. Sub-

3. Subtrahatur C G à basi B C, ut relinquatur B G.

4. Demittatur ex A perpendicularis AE ad chordam BG; erit B E = E G = $\frac{1}{2}$BG (§. 95 *Geom.*), adeoque datis in Triangulo rectangulo A E B lateribus AB & B E, inveniri possunt anguli A atque B, & in altero A E C, ex datis lateribus A C & CE, anguli C atque A (§. 23).

Ex gr. Sit A B = 36′, A C = 45′. B C = 40′. Calculus ita subducitur:

A B = 36′	A C = 45′
A C = 45	A B = 36
AB+AC = 81	F C = 9

Log. B C - - - - - - 1. 6020600
Log. AB+AC - - 1. 9084850
Log. F C - - - - - - 0. 9542425
Summa 2. 8627275
Log. G C 1. 2606675, cui in Tabulis proxime respondent 18′. Quod si ulterius quaesiveris (§. 21) invenies tandem G C 1822‴

B C = 4000‴	E G = 1089‴
G C = 1822	G C = 1822
B G = 2178‴	E C = 2911‴
B E = 1089‴	

Log. AB - - - - - - - 3. 5573025
Log. Sin.tot. - - - 10.0000000
Log. EB - - - - - - - 3.0370279
Log. Sin. A. 9.4807254, ad quem in Tabulis quam proxime accedit Logarith. 17° 36′ adeoque angulus B, 72° 24′.

Log. AC - - - - - 3.6532125
Log. Sin.tot. - - - 10.0000000
Log. EC - - - - - - 3.4640422
Log. Sin. A - - - - - 9.8108298, cui in Tabulis quam proxime respondet logarith. 40° 19′; adeoque angulus C 49° 41′.

Eſt ergo in Triangulo ABC angulus A 57° 55′, B 72° 24′, & C 49° 41′

DEMONSTRATIO.

Nihil aliud demonſtrandum eſt, quam CB eſſe ad CD, uti CF ad CG: fit modo ſequente.

Quoniam anguli y vel GBD menſura, eſt arcus dimidius GFD, & anguli x menſura arcus dimidius GBD (§. 84 *Geom.*); erit $x + y = 180°$. Eſt vero etiam $x + o = 180°$ (§. 38 *Geom.*). Ergo $o = y$ (§. 25 *Arithm.*). Cum porro angulus C, ſit utrique Triangulo CGF, & CBD com-

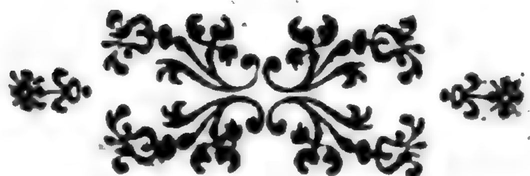
communis; erit CB : CD = CF : CG (§. 148 *Geom.*). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

30. *Quoniam* BE & EC *dantur in lineis, etiam in calculo loco 36 pro AB 3600''', & loco 45 pro AC, 4500''' assumere opportuit.*

SCHOLION II.

31. *Paucis adhuc usum Trigonometriæ in resolvendis quibusdam Problematibus Geometricis ostendemus.*



APPENDIX

PROBLEMA I.

32. *Invenire altitudinem e. gr. Turris ex assumta statione E accessibilis.*

RESOLUTIO.

Fig. 8. 1. Mensuretur angulus ADC (§. 43 *Geom.*) & recta BE vel DC (§. 44 *Geom.*).

2. Innotescet etiam angulus A, quia angulus C rectus est (§. 75 *Geom.*).

3. Quo dato inveniatur linea AC (§. 20).

4. Addatur altitudo instrumenti DE = BC (quia rectæ CD & BE sunt parallelæ, & CB & ED ad BE perpendiculares); prodibit altitudo AB. Quod si BE non fuerit horizontalis, portio BC seorsim mensuranda foret (§. 171 *Geom.*).

PRO-

PROBLEMA II.

33. *Metiri altitudinem inacceſſam A B.*

RESOLUTIO.

1. Elige duas ſtationes in E & G, eo majore intervallo diſtantes, quo mons vel turris dimetienda altior eſt, hinc metire angulos A D C & A F C (§. 43 *Geom.*), inſuper diſtantiarum G E vel D F longitudinem (§. 44 *Geom.*). *Fig. 9.*

2. Ab angulo A F C ſubtrahatur angulus A D F; remanebit angulus F A D (§. 74).

3. Jam ex notis in Triangulo A F D, angulis & latere F D, quæratur latus A F, &

4. Ex datis in Triangulo rectangulo angulo F & latere A F latus A C (§. 20).

5. Tandem addatur ad altitudinem A C, altitudo inſtrumenti D E, vel ſi B C altitudini Inſtrumenti

 non

non fuerit æqualis, inveniatur porro FC, tandemque BC, in Triangulo FBC (§. 20): ita prodibit altitudo quæsita AB.

PROBLEMA III.

34. *Ex duabus fenestris E & F in diversis ædificii contignationibus, metiri altitudinem, cujus cacumen A, ex ambabus fenestris conspici potest.*

RESOLUTIO.

1. Ope ponderis, ex funiculo suspensi, mensuretur altitudo fenestræ superioris supra inferiorem EF, & inferioris supra terram FG, atque ex fenestris, quantitas angulorum AEC & AFD (§. 43 *Geom.*).

Fig. 10.

2. Addatur angulus AEC ad 90°; & exsurget angulus AEF; subtrahatur à 90° angulus AFD, residuum erit angulus AFE.

3. Addantur anguli AEF & AFE, & summa auferatur, ex 180°; remanebit angulus EAF (§. 77. *Geom.*).

4. In-

4. Inveniatur in Triangulo A E F, latus A F, & porro

5. In Triangulo A F D latus A D (§. 20).

6. Tandem huic addatur altitudo fenestræ supra terram; vel si G B non fuerit horizontalis, inveniatur porro D F, & dein ope anguli explorati D F B (§. 43 *Geom.*), seorsim D B (§. 20) ita prodibit altitudo A B.

PROBLEMA IV.

35. *Metiri distantiam duorum locorum A B, quorum uterque, ex eodem tertio C accessibilis est.* Fig. 11.

RESOLUTIO.

1. Mensuretur angulus C (§. 43 *Geom.*) nec non lineæ A C & C B (§. 44 *Geom.*).

2. Ex his cognitis angulus A (§. 28) & hinc porro distantia quæsita A B (§. 20), reperiri poterit.

PROBLEMA V.

Fig. 12. 36. *Invenire distantiam duorum locorum, quorum tantum unus B ex statione in C assumta accessibilis e. gr. latitudinem fluminis.*

RESOLUTIO.

1. Mensurentur anguli B & C (§. 43 *Geom.*), itemque linea BC (§. 44 *Geom.*).

2. Et inveniri poterit distantia quæsita AB (§. 20).

PROBLEMA VI.

37. *Invenire distantiam duorum locorum inaccessorum AB.*

RESOLUTIO.

Fig. 13. 1. Electis 3. stationibus D, C & E, in eadem recta, mensurentur anguli ADC, ACD, BCE & BEC (§. 43 *Geom.*), itemque lineæ DC & CE (§. 44 *Geom.*).

2. Sum-

2. Summa angulorum ADC & ACD, itemque ACD & BCE, nec non BCE, & BEC subtrahatur ex 180°; & relinquitur in casu primo angulus DAC, in secundo angulus ACB & in tertio angulus CBE (§. 77. 38 *Geom.*).

3. Inde inveniantur latera AC & BC (§. 20) & sic porro.

4. Angulus CAB (§. 28), tandemque latus AB (§. 20).

PROBLEMA VII.

38. *Invenire rationem diametri ad peripheriam.*

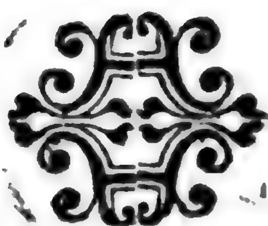
RESOLUTIO.

1. Si radius circuli CD fuerit 10000000, erit Sinus AG æque ac Tangens ED, arcus unius minuti DA 2909 fere, adeoque arcus AD alias aliquanto major quam AG, & minor quam ED itidem 2909 fere esse debet. Multiplicentur 2909, per 21600, hoc est per nu- *Fig. 14.*

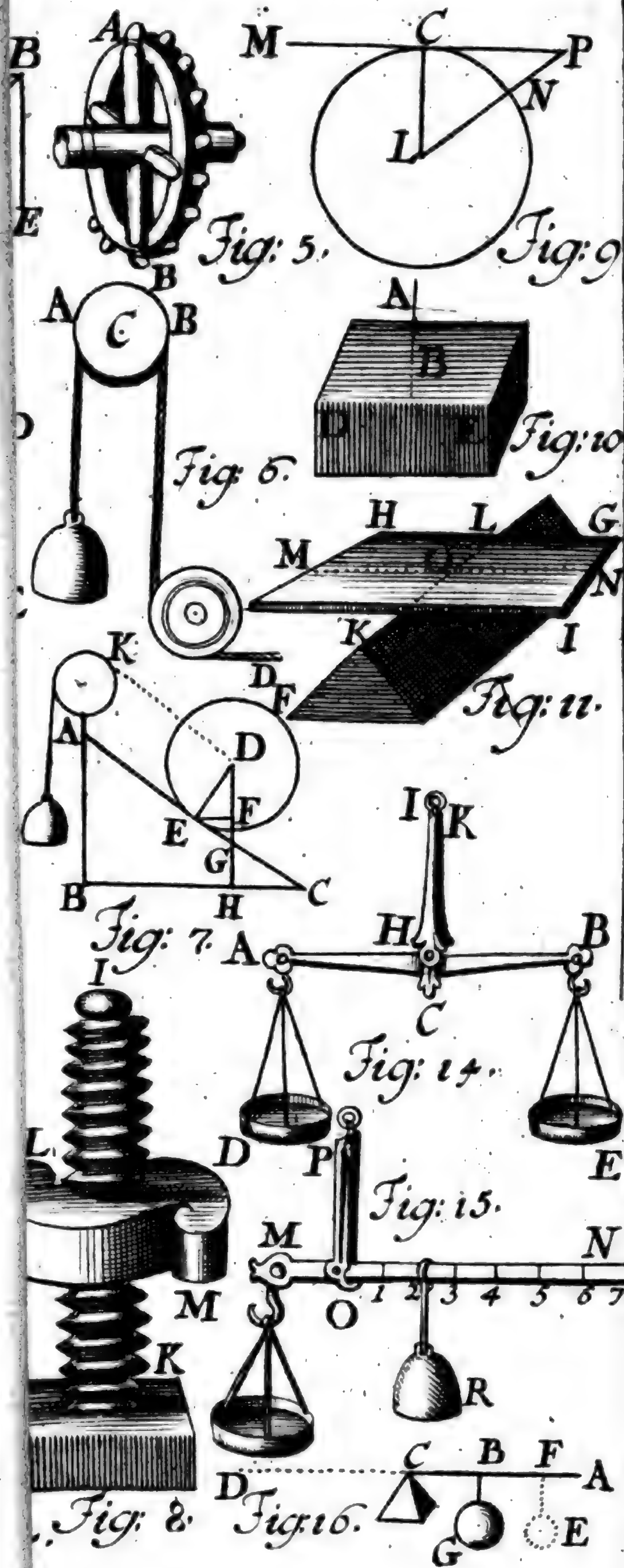
numerum minutorum in peripheria integra contentorum: productum erit 62834400; est ergo diameter ad peripheriam ut 20000000 ad 62834400 fere, id est (dividendo utrinque per 200000) ut 100 ad 314 (§. 59 *Arithm.*).

TRIGONOMETRIÆ.

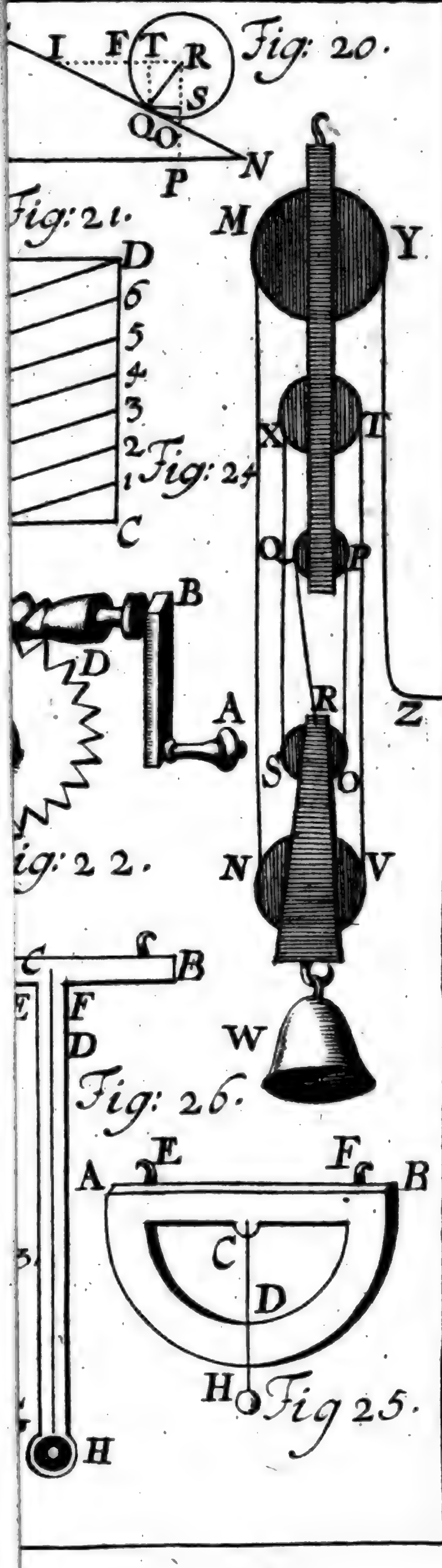
FINIS

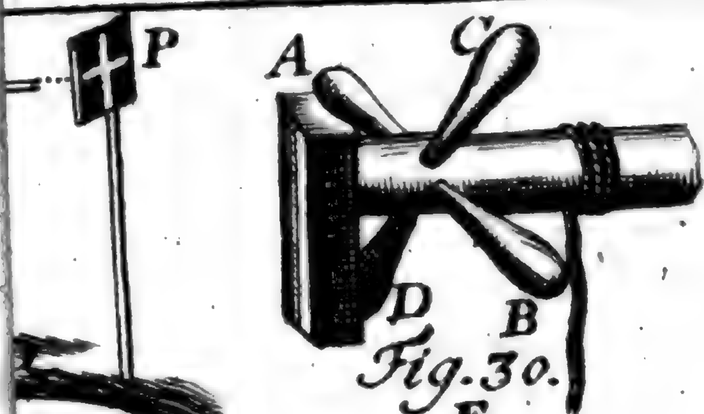


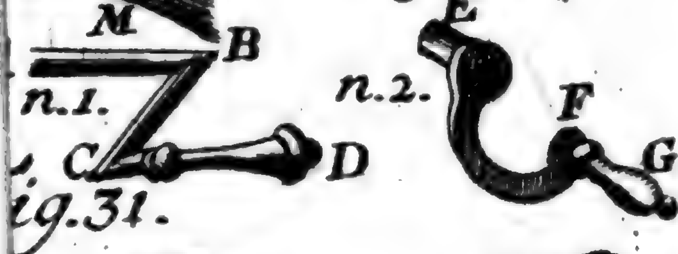
ELE-


Fig: 5.
Fig: 9
Fig: 10
Fig: 6.
Fig: 11.
Fig: 7.
Fig: 14.
Fig: 15.
Fig: 8.
Fig: 16.
1 2 3 4 5 6 7

an Tab. II.

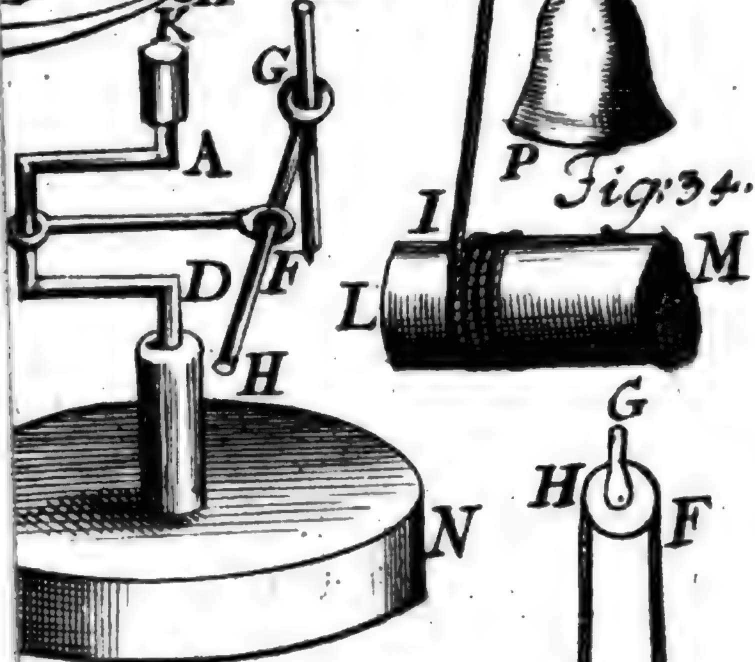

Fig: 20.
I
F
T
R
S
Q
O
P
N
Fig: 21.
D
6
5
4
3
2
1
C
Fig: 24
M
Y
X
T
O
P
R
Z
S
O
N
V
W
B
D
A
ig: 22.
C
B
E
F
D
Fig: 26.
A
E
F
B
C
D
H
Fig 25.
H

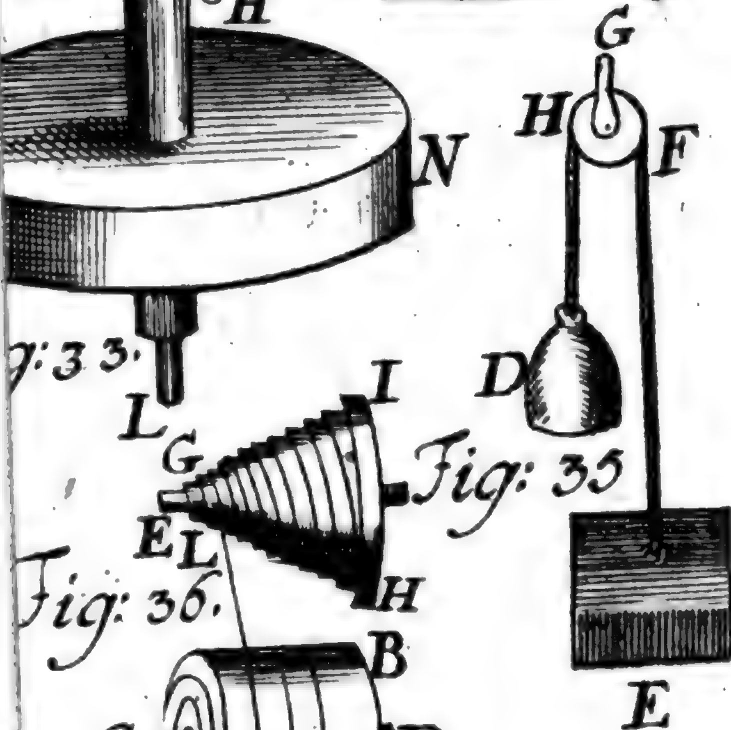

P
A
C
D
B
Fig. 30.

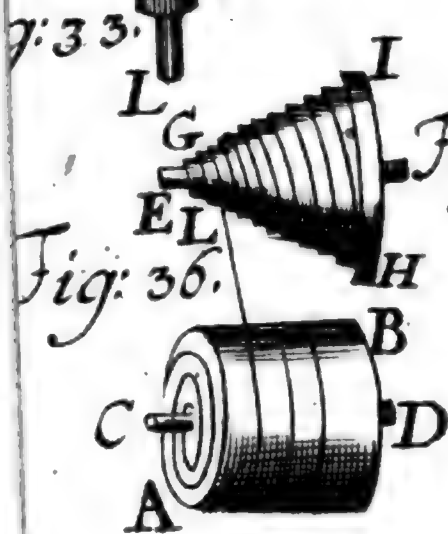

M
B
E
n. 1.
n. 2.
F
C
D
G
[F]ig. 31.


G Fig. 32.


H
G
F
P
Fig. 34.
I
M
L


G
H
K
G
A
D
F
H
N


G
H
F
D
E
[F]ig. 33.
L


I
G
Fig. 35
E
L
H
Fig. 36.
B
C
D
A



ELEMENTA MECHANICÆ.

DEFINITIO I.

1. MECHANICA eſt ſcientia, vel virium vel temporis compendio aliquid movendi; hoc eſt majorem vel celeriorem motum producendi, quam alias vis data, nudè applicata potis eſſet.

SCHOLION.

2. *Mechanica proprie de omnibus motus legibus tractat; quemadmodum eam nonnulli in ſcriptis ſuis Mechanicis definire velle videntur. Communiter tamen de Machinis tantum in Mechanica loquimur, quarum ope vis movens*

vens valentior efficitur, ut vel majorem molem, quam alias movere, vel motum celerius quam alias producere possit.

DEFINITIO II.

3. Quidquid motum producit *Vis* vocatur; quidquid vero movetur, vel motui resistit, *Moles* seu *Pondus* dicitur.

COROLLARIUM I.

4. Quamobrem res creatæ omnes, tam animæ, quam inanimæ, ad motum producendum adhiberi solitæ, viribus moventibus annumerantur: ut Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis, Pondera, Elatera.

COROLLARIUM II.

5. Quoniam Mechanica docet, quomodo motus compendiosus data vi produci queat, (§. 1), in eadem quoque doceri debet, quomodo Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis &c. ad compendiosos motus producendos adhiberi queant.

DEFINITIO III.

6. Si motus actualis consequitur, vis

vis *viva* dicitur: si autem pondus tantum sustentatur, vis *mortua*, aut etiam *sustentans* vocatur.

DEFINITIO IV.

7. Quidquid vim ad motum compendiosum producendum, efficacem seu potentem reddit, *Machina* audit.

DEFINITIO V.

8. *Vectis*, est linea recta, & rigida AB, tribus punctis distincta, quorum uni C innititur, alteri B vis, tertio A moles seu pondus applicatur. TAB. I. *Fig.* 1.

SCHOLION I.

9. *In genere autem notandum est, in examinandis machinarum potentiis, seu virtutibus, non considerari materiam, ex qua constant, nec materiæ affectiones, nec varias figuras, quas propter singulares circumstantias Machina accipit; sed eorum tantum rationem haberi, quæ Machinæ essentiam absolvunt, ut nempe constet, quæ Machinæ, qua tali conve-*

veniant; Quod si enim usu veniat, ut Materia, Figura, vel aliud quodcunque obstaculum impediat, quò minus effectus essentialis plene obtineri queat; hoc ex suis principiis seorsim determinandum est.

COROLLARIUM.

10. Ubicunque adeo in motu Machinæ, tria puncta concipere licet, circa quorum unum motus peragitur, alteri autem vis, tertio pondus applicatur; ibi vectis est.

SCHOLION II.

11. *His probe animadversis, non solum de omnibus fere instrumentis, aliisque artis operibus recte judicari, sed etiam mirandorum animalium motuum, ratio reddi, & amborum potentia computari poterit. Hoc fundamento nituntur, quæ* Borellus *de motu animalium scripsit.*

DEFINITIO VI.

Tab. I. Fig. 2. 12. *Axis in peritrochio* est circulus AFDA, cylindro BIKB affixus, quo cum circa commune centrum C converti potest. Imo sufficit circulum concipi posse, qui describitur, dum cylindrus circa suum axem revolvitur.

CO-

COROLLARIUM.

13. Axi in peritrochio adeo locus eſt, quotieſcunque concipere licet, circulum plano ſectionis cylindri majorem deſcribi, dum cylindrus circa ſuum axem convertitur: ex. gr. ſenſu mechanico, vulgares *Ergatæ* FGHI, ad axes in peritrochio referri debent, quia temo I H qui in motu cylindri circa ſuum axem F G protruditur, circulum deſcribit (§. 11 *Geom.*). Tab. I. Fig. 3.

SCHOLION.

14. *In praxi Rotæ diverſimode conſtruuntur, pro vis applicandæ conditione, vel pro conſtitutione partis cui motum communicare debent.*

DEFINITIO VII.

15. Rota quæ aliam partem circumagere debet, dentibus vel paxillis inſtruitur. Rota *ſtellata* vocatur, quæ illos ſuperne in fronte gerit (A B *Fig.* 5). Rota vero *dentata* nuncupatur, quæ illos à latere prope peripheriam habet. (*Fig.* 4. A B) Tab. I. Fig. 5. & 4.

D E-

DEFINITIO VIII.

16. *Tympanum* eſt rota, quam altera dentibus ſuis movet.

DEFINITIO IX.

Tab. I. Fig. 4. 17. Si ex duobus diſcis KL & MN Tympanum aptatur, bacillique rotundi loco dentium inſiguntur, nomine *Curriculi* venit.

DEFINITIO X.

Tab. I. Fig. 6. 18. *Trochlea* vel *Orbis Polyſpaſti* eſt circulus vel orbis, qui circa ſuum centrum C volvitur, dum vis in D pondus E ſurſum trahit.

DEFINITIO XI.

Tab. I. Fig. 7. 19. Planum inclinatum AC eſt, quod cum linea horizontali efficit angulum obliquum ACB.

DEFINITIO XII.

Tab. I. Fig. 8. 20. Si hujuſmodi planum, in ſuper-

perficie Cylindri in orbem circumducitur, oritur *Cochlea*. Cochlea *mas*, vel ſimpliciter Cochlea appellatur, quæ ſuas helices, in ſuperficie cylindri externa IK habet.

DEFINITIO XIII.

21. *Cochlea fœmina* LM dicitur, quæ ſuas helices in ſuperficie interna Cylindri excavati habet. TAB. I. *Fig.* 8.

DEFINITIO XIV.

22. Punctum C, circa quod Machina moveri poteſt, *Centrum motus*, vel etiam *Centrum quietis* vocatur. TAB. I. *Fig.* 1.

DEFINITIO XV.

23. *Linea directionis* eſt linea recta, juxta quam vis aut moles vel actu movetur, vel moveretur, niſi motus impediretur. Ut ſi pondus O, filo in A abſciſſo, juxta lineam AO deorſum caderet, linea AO ejus linea directionis dicitur. Rurſus ſi vis in H juxta lineam TAB. I. *Fig.* 1.

BH trahat, erit pariter BH ejus linea directionis.

DEFINITIO XVI.

Tab. I. Fig. 1. 24. *Distantia à centro motus* est linea CD, ex centro motus C ad lineam directionis BH perpendiculariter ducta.

COROLLARIUM.

25. Quamobrem vis & moles maxime à centro motus distant, si sub angulo recto machinæ applicentur. Etenim si linea directionis BE cum machina AB angulum rectum constituit, distantia erit CB; sin vero angulum obliquum CBH, distantia erit CB; sin vero angulum obliquum CBH, distantia erit CD. Sed in triangulo rectangulo CBD linea CB, major est linea CD (§. 144 *Geom.*).

DEFINITIO XVII.

26. *Centrum gravitatis* est punctum, quo corpus in duas partes æquiponderantes dividitur.

DEFINITIO XVIII.

27. *Centrum magnitudinis* eſt punctum, quo corpus in duas partes æquales dividitur.

DEFINITIO XIX.

28. *Linea horizontalis* eſt, cujus ſingula puncta à centro Telluris æque diſtant.

COROLLARIUM I.

29. Proprie linea horizontalis eſt arcus circuli ex centro Terræ deſcriptus (§. 13. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

30. Quoniam vero chordæ parvorum arcuum potiſſime in circulis majoribus cum arcubus fere coincidunt, vel non ſenſibiliter ab his differunt (126 *Geom.*); linea recta MP, quæ lineam horizontalem veram in loco dato C tangit, pro horizontali accipitur. TAB. I. *Fig.* 9.

DEFINITIO XX.

Tab. I. Fig. 9. 31. *Linea horizontalis apparens* M P est, quæ veram in dato puncto C tangit.

DEFINITIO XXI.

32. *Gravitas* est vis, qua corpora versus Centrum Telluris pelluntur.

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 10. 33. *Corpus DE ita suspensum, ut linea AB, ex qua suspenditur, per centrum gravitatis transeat, quiescet. Similiter quiescet, si centro gravitatis innititur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim corpus centro gravitatis in duas partes æquiponderantes dividitur (§. 26.) pars E tantum premit deorsum ex uno latere, quantum pars D ex altero, unde nulla adest ratio, cur potius pars D quam pars E at-

attollatur. Ergo neutra attollitur, adeoque grave quiescit. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

34. Ergo quicquid centrum gravitatis sustinet, pondus totius corporis sustinet.

COROLLARIUM II.

35. Hinc tota corporis gravitas, tanquam in centro gravitatis collecta concipi potest.

THEOREMA II.

36. *In corporibus homogeneis ejusdem ubique latitudinis & crassitiei, centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidit.*

DEMONSTRATIO.

In hoc enim casu nulla adest ratio, cur partes æque magnæ non sint æquiponderantes; sunt ergo æquiponderantes. Quare cum corpus centro magnitudinis in duas partes æque magnas

(§. 27.), centro vero gravitatis in duas partes æque graves (§. 26.) dividatur; centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidere debet. Q. E. D.

PROBLEMA I.

37. *Determinare centrum gravitatis in corpore quocunque.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 11. Super fune extenſo aut acie priſmatis trigoni FG corpus datum HI huc illucque promoveatur, donec in æquilibrio permaneat; erit in linea KL, cui innititur, centrum gravitatis (§. 34).

2°. Quod ſi jam corpus eidem funi aut priſmati juxta aliam lineam MN imponatur, erit denuo in ea centrum gravitatis (§. cit.); conſequenter in puncto O, ubi ſe ambæ lineæ interſecant.

Subinde centrum gravitatis invenitur, ſi corpus ſuper cuſpide ſtyli ul-

ultro citroque promoveatur. E. gr. discus super cuspide furculæ.

THEOREMA III.

38. *Si linea directionis intra basin cadit cui corpus innititur, immotum manet, & cadere nequit: quamprimum vero linea directionis extra basin emovetur, in eam partem corpus ruet, in quam linea directionis à basi recedit.*

DEMONSTRATIO.

Linea directionis est linea recta, juxta quam corpus in dato casu vel actu movetur, vel moveretur, nisi impedimentum obstaret, (§. 23). Jam si hæc intra basin corporis cadit, corpus juxta hanc lineam moveri nequit, manebit igitur immotum: *Quod erat primum.*

Contra si linea directionis extra basin corporis cadit, nihil impedit, quo minus juxta illam moveatur. Proinde

necesse est, ut cadat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

39. Quo latior igitur basis est, cui corpus innititur, eo difficilius subverti potest; nam linea directionis per magnum intervallum moveri debet, antequam extra basin dimoveatur.

LEMMA.

Tab. I. Fig. 9. 40. *Recta MP circulum tangens in C efficit cum radio CL angulum rectum in puncto contactus C.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus radium CL non esse ad MP perpendicularem; ergo ex L duci poterit alia linea ad MP perpendicularis (§. 69 *Geom.*). Sit ea LP; quoniam angulus P est rectus, erit LC major quam LP (§. 144 *Geom.*). Est vero LC = LN (§. 27 *Geom.*), consequenter LN major quam LP: quod cum

cum sit absurdum, angulus ad C rectus est. Q. E. D.

THEOREMA IV.

41. *Linea directionis corporum gravium, ad lineam horizontalem apparentem est perpendicularis.*

DEMONSTRATIO.

Corpora gravia vi gravitatis versus centrum Terræ tendunt (§. 32), adeoque eorum lineæ directionis cum radio Terræ C L coincidunt (§. 23 *Mech.* & §. 13 *Geom.*). Linea horizontalis apparens M P tangit peripheriam Terræ in C (§. 31). Ergo linea directionis gravium, cum linea horizontali apparente facit angulum rectum (§. 40) consequenter ad hanc est perpendicularis (§. 18 *Geom.*). Q. E. D. TAB. I. *Fig.* 9.

COROLLARIUM.

42. Quoniam tota corporis gravitas in centro gravitatis collecta est (§. 35); linea dire-

directionis gravium, ex centro gravitatis ad lineam horizontalem apparentem perpendiculariter ducenda est.

PROBLEMA II.

43. *Invenire, utrum corpus grave in dato situ à lapsu securum sit, nec ne.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur centrum gravitatis corporis gravis (§. 37).
2. Ex eo demittatur perpendicularis in lineam horizontalem apparentem (§. 69 *Geom.*).

Quod si perpendiculum intra basin corporis cadit, à lapsu securum est; si vero extra basin cadit, certo ruet in eam partem, versus quam perpendiculum cadit. Q. E. D.

DEMONSTRATIO.

Quoniam perpendiculum ex centro gravitatis, ad lineam horizontalem apparentem ductum fuit, erit illud

illud linea directionis corporis (§. 42). Quod si hæc intra basin corporis cadit, à lapsu securum est; sin minus, corpus in eam partem ruet, in quam cadit linea directionis (§. 38). Q. E. D.

SCHOLION.

44. *Per præsens Problema ratio inveniri potest omnium possibilium positurarum, & incessus & hominum & animalium explicari, quemadmodum* Borellus *in opere suo* de motu animalium. Part. 1. Prop. 145. & seqq. *fecit.*

THEOREMA V.

45. *Si ex duabus extremitatibus A & C vectis ABC duo pondera G & F suspenduntur, quorum ea est ratio, quam habet distantia minoris F ad distantiam majoris G, gravia in æquilibrio sunt & neutrum potest alterum movere.* TAB. I. Fig. 12.

DEMONSTRATIO.

Æquet ex. gr. F libram unam & G

3

3 libras; ſint præterea ponderum lineæ directionum CF & AG, in C & A ad AC perpendiculares; erit BC diſtantia ponderis F, & AB diſtantia ponderis G (§. 24). Conſequenter ſecundum noſtram hypotheſin AB : BC = 1 : 3.

Quoniam gravitas corporum non mutatur quomodocunque varietur figura, cogitetur utrumque pondus in cylindros ejuſdem craſſitiei converti; ita ut ſemilibra longitudinem diſtantiæ minoris AB recipiat, ſic cylindrus IK, in quem minus pondus F converſum fuit, 2; alter vero HI, qui ex majori G provenit, 6 partes ipſi AB æquales continet. Quod ſi porro cogitetur lineam BC in D prolongari, uſque dum CD = AB, & contra AB in E uſque dum AE = BC, linea ED longitudini totius cylindri HK æqualis erit. Atqui linea ED in puncto B in duas partes æquales diviſa eſt: quandoquidem à B uſque ad E 4, & à B uſque ad D itidem 4 par-

tes

tes sunt ipsi AB æquales. Cum cylindri HK centrum gravitatis in centro magnitudinis sit (§. 36;) linea BM, ex qua suspenditur, per illius centrum gravitatis transit. Pendet igitur quietus (§. 33); adeoque neuter cylindrorum HI & IK, consequenter etiam neutrum æquipollentium ponderum G & F præponderabit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

46. Quocirca, si pondera F & G æqualia esse debent, necesse est, ut æquales quoque sint distantiæ AB & BC. Nam F : G = AB : BC. Ergo si F = G, erit quoque AB = BC (§. 53 *Arithm.*).

SCHOLION.

47. *Hoc unico Theoremate omnia nituntur, quæ in universa Mechanica demonstranda veniunt. Proinde ut familiare reddatur, necesse est; in hunc finem insuper ostendam juxta exemplum* Jungnickelii in Clave Mechanicæ, p. 107. 108. *qua ratione experimento comprobari possit.*

PRO-

PROBLEMA III.

48. *Legem Mechanicæ fundamentalem, vel Theorema præcedens experimento examinare.*

RESOLUTIO.

1. Elaborari curetur per ſcriniarium baculus priſmatico quadrangularis, cujus latitudo craſſitudinem excedere poteſt, ab eoque reſecari 8 ſegmenta ejuſdem longitudinis; præterea aliud duplæ, aliud triplæ, aliud quadruplæ longitudinis.

TAB. II. *Fig.* 13. 2. Segmentum longitudinis duplæ imponatur aciei priſmatis trigoni, deprehendes illud in æquilibrio permanſurum, ſi pars A C parti C B æqualis fuerit.

3. Quod ſi ſuper eodem priſmate collocetur ſegmentum triplæ longitudinis D E, ita ut F D duas partes, & E F unam accipiat, ipſi F E 3 ſegmenta ſimplicis longitudinis ſuper imponenda erunt, antequam D E ad æquilibrium reducatur.

4. Si-

4. Similiter si aciei prismatis imponatur segmentum longitudinis quadruplæ GH, ita ut GI tres partes, HI unam habeat, ipsi HI 8 alia superimponenda erunt, antequam GH in æquilibrio sustineatur.

Dico hæc consona esse legi fundamentali, quæ in theoremate præcedente demonstrata fuit.

DEMONSTRATIO.

Etenim supponere licet partes segmentorum AC & CB, DF & FE, GI & IH omni prorsus gravitate carere, & ejus loco in ipsarum centris gravitatum quæ in medium incidunt (§. 36.) pondera appensa esse gravitati partium & segmentorum ipsis superimpositorum simul æqualia (§. 35). Quoniam vero segmenta librata horizonti sunt parallela; erunt lineæ directionum ponderum, ad lineas AB, DE & HG perpendiculares (§. 41.), horumque distantiæ à centro motus; dimidiis lineis A

C & CB, DF & FE, GI & IH æquales. Quare cum gravitates partium æquiponderantium eam habeant rationem, quam diſtantiæ inverſe ſumtæ, ita ut e. gr. poſito I G 3 librarum, & I H unà cum ſegmentis ſuperimpoſitis 9 librarum, I H ſit 1 & I G 3; clare patet hoc experimento theorema præcedens confirmari. Q. E. D.

DEFINITIO XXII.

49. *Libra* eſt inſtrumentum, quo cujuſvis corporis gravitas explorari poteſt.

PROBLEMA IV.

Tab. I. Fig. 14. 50. *Juſtam libram conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Jugum A B bifariam dividatur in C, fiantque tum brachia A C & & C B, tum lances D & E, ejuſdem prorſus ponderis.

2. In

2. In C excitetur perpendiculariter lingula CK, fiatque jugum AB intra trutinam HI mobile;

Quod ſi lingula, ſuſpenſa libra ex trutina HI, intra eandem abſcondatur, corpora lancibus impoſita ſunt æque gravia.

DEMONSTRATIO.

Si libra ex I ſuſpendatur; erit trutina HI ad lineam horizontalem perpendicularis (§. 41). Proinde quando lingula CK intra eam abſconditur, cum ea ſit ad jugum AB perpendicularis, jugum AB erit horizonti parallelum. Cum vero lineæ directionum ponderum in D & E, cum brachiis AC & CB angulos rectos conſtituant (§. 41.) eorum diſtantiæ brachiis AC & CB æquales ſunt (§. 24). Quoniam vero AC = CB; pondera utrinque in D & E ſuſpenſa, etiam æqualia ſunt (§. 46). Q. E. D.

COROLLARIUM.

51. Quocirca ſi brachia AC & CB ſunt inæqualia, libra doloſa eſt.

PROBLEMA V.

52. *Libram examinare, utrum juſta ſit nec ne.*

RESOLUTIO.

Permutentur lances aut pondera in iis æquilibrata. Quod ſi maneat æquilibrium, libra juſta eſt; ſin minus, doloſa.

DEMONSTRATIO.

Si libra doloſa eſt, brachia inæqualia ſunt (§. 51.); adeoque lanx ex majori brachio ſuſpenſa levior altera (§. 45). Quare ſi lancem leviorem è minori, graviorem è majori brachio ſuſpendas, æquilibrium tollitur. Q. E. D.

DE-

DEFINITIO XXIII.

53. *Statera* est libra, qua ope unius ponderis, gravitas diversorum corporum explorari potest. TAB. I. Fig. 15.

PROBLEMA VI.

54. *Stateram construere.*

RESOLUTIO.

1. Jugum MN dividatur in quotlibet partes æquales.

2. In extremitate primæ divisionis O erigatur perpendiculariter lingula OP, cum trutina eo modo, quo in libra vulgari (§. 50.) factum est.

3. Brachium minus OM oneretur, donec majori ON æquilibretur.

4. Ex brachio majori suspendatur pondus R quod pro lubitu huc illucque promoveri potest, quo facto statera erit constructa.

DEMONSTRATIO.

Quia inter brachia MO & NO æquilibrium est, idem est ac si prorsus gravitate carerent. Ergo pondus R in 1 cum una, in 2 cum duabus, in 3 cum tribus, in 4 cum quatuor &c. libris in M æquilibratur (§. 45). Proinde ope unici ponderis gravitas corporum admodum diversæ gravitatis explorari potest, atque adeo MNO (§. 53) est statera Q. E. D.

SCHOLION

55. *Tutius est, ut puncta* 1. 2. 3. 4. &c. *in brachio majori experientia determinentur, & tum non opus est, ut ad æquilibrium reducantur brachia, inprimis si onera ingentia ex. gr. currus fœno onusti ponderandi; enim vero quo brachium majus gravius est minore, eo minori pondere magnum onus ponderari potest.*

PROBLEMA VII.

TAB. I. Fig. 1. 56. *Data gravitate vectis AB, distantia centri gravitatis CV, distantiis*

pon-

ponderis A C, atque vis C B, unà cum pondere O, invenire magnitudinem vis mortuæ.

RESOLUTIO.

1. Concipiamus vectem gravitatis expertem, hujusque loco in ejus centro gravitatis V appensum pondus eidem æquale G (§. 35): reperietur pondus in A suspendendum, ut vectis in æquilibrio maneat. (§. 45.)

2. Pondus inventum subtrahatur à pondere dato, residuum erit pondus à vi in B sustentandum.

3. Quoniam vero illud ad vim mortuam in B applicandam se habet ut BC ad CA (§. 45.); hæc per regulam trium (§. 85 *Arithm.*). eruetur.

EXEMPLUM.

Sit CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 tb. O = 300 tb.

1 — 2 — 10 5 — 1 — 280

10	5) 25 (56 tb. vis
20 tb	30
300 pondus	30
280	0

PROBLEMA VIII.

TAB. I. Fig. I. 57. *Data gravitate vectis AB, distantia centri gravitatis CV, distantiis vis BC atque ponderis CA, unà cum vi mortua invenire pondus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur ut in problemate præcedente pars ponderis, quam folus vectis fuftentare valet.

2. Quæratur eadem ratione pars altera ponderis, quam vis in B applicata fuftentare valet.

3. Partes figillatim repertæ addantur: ita prodit pondus quæfitum.

EXEMPLUM.

Sit CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 ℔; vis mortua 56 ℔.

1 — 2 — 10
10
20 ponderis prima pars.

1 — 5 — 56
5
280 ponderis pars altera.
20 ——— prima.
300 pondus integrum.

PRO-

PROBLEMA IX.

58. *Datis gravitate vectis G, pondere O, vi mortua, longitudine ac centro gravitatis V vectis AB, invenire centrum gravitatis commune C, ubi sc. vectis fulcro imponendus, ut pondus à vi sustentari queat.* Tab. I. Fig. 1.

RESOLUTIO.

1. Quæratur primò centrum gravitatis commune Z, vis mortuæ in B applicatæ & gravitatis vectis G, inferendo: ut summa ex vi mortua & gravitate vectis, ad gravitatem vectis, ita VB ad ZB, vel distantiam à centro gravitatis communi. (§. 45.)

2. Subtrahatur ZB ex AB, innotescet AZ;

3. Concipiatur in Z appensum pondus gravitati vectis G, & vi mortuæ in B junctim sumtis æquale (§. 35), invenietur ut ante linea CZ, consequenter punctum C, quod quærebatur.

EXEMPLUM.

Sit vis in B = 56, gravitas vectis G = 10, pondus O = 300 ℔. AB = 6, VB = 3.

66 — 10 — 3

$$\frac{3}{30} \qquad \frac{30}{66}\left(6\ \frac{30}{66} = \frac{5}{11} = ZB.\right.$$

$$\frac{66}{11} = AB.$$

$$\frac{61}{11} = AZ.$$

$366 — 66 — \frac{61}{11}$

hoc eſt 61 — 11 — $\frac{61}{11}$ (§. 59. 96 *Arithm.*)

$$\frac{11}{11}$$

$$\frac{61}{61}\left(1 = AC.\right.$$

THEOREMA VI.

TAB. I. Fig. 16. 59. *Si pondus in B inter centrum motus C & locum vis A applicatum eſt, pari modo vis mortua in A ad pondus in B eam rationem habebit, quam habet diſtantia ponderis CB ad diſtantiam vis CA.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Producta CA in D, donec DC = CA, manifestum est vim in A tantum valere, quantum vis in D (§. 46.). Atqui si vis in D pondus in B sustinet, ad illud est, sicut BC ad CD, seu CA (§. 45.). Ergo necesse est, ut vis in A ad pondus in B sit, sicut BC ad CA. Q. E. D.

SCHOLION.

60. *Vectem hunc in posterum* vectem homodromum, *priorem vero* vectem heterodromum *vocabimus.*

PROBLEMA X.

61. *Datis gravitate E & centro gravitatis F vectis homodromi CA, pondere G, distantia ponderis CB, & vis mortuæ CA, invenire quantitatem vis mortuæ in A.* Tab. I. Fig. 16.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Quæratur vis in A applicanda, vectem solum sustentatura (§. 59.).

2. Quæratur porro vis in A requisita ad pondus datum G solum sustentandum (§. cit.).

3. Addantur vires sigillatim repertæ in unam summam: ita prodit vis quæsita.

EXEMPLUM.

Sit CB = 1, CF = 3, CA = 6, G = 300 ℔.
E = 10 ℔.

6 — 3 — 10
vel 2 1 10 (§. 95. 96. *Arithm.*)
1
―――
1ø (5 ℔. vis pars prima.
2

6 — 1 — 300
1
―――
3øø (50 ℔. vis pars altera.
66 5 ℔. ――― prima.
―――――――
55 ℔. vis integra.

SCHOLION.

62. *Qui problemata de vecte hucusque tradita*

dita sibi familiaria reddit, & præterea meminit, quæ supra (§. 10.) *monuimus: is totum* Borelli *opus de motu animalium intelliget. Innumeros alios casus jam silentio transeo, in quibus hi calculi usui sunt. Etenim nullum fere datur instrumentum in artibus, nec ullus corporis motus in natura, quo applicari non possint.*

THEOREMA VII.

63. *Si vis vectem ex L in M deprimit, erit spatium quod vis percurrit, ad spatium per quod movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.* TAB. II. *Fig.* 17. 18.

DEMONSTRATIO.

Dum enim vis per arcum LM se movet, pondus per arcum HN elevatur. Est ergo spatium ponderis ad spatium vis, ut arcus HN ad arcum LM, hoc est, ob angulos ad I æquales (§. 40. *Geom.*) ut HI ad IL; consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 45.). Q. E. D.

CO-

COROLLARIUM I.

Tab. II. Fig. 17. 18. 64. Si ex N ad H I demittatur perpendiculum N O, & ad I L ex M perpendiculum M R; erit N I ad N O, ut M I ad M R (§. 10 *Trigon.*); consequenter N I : M I = N O : M R (§. 83. *Arithm.*). Est ergo altitudo per quam pondus movetur, ad altitudinem per quam descendit vis, ut vis mortua ad pondus.

COROLLARIUM II.

65. Proinde tantundem virium requiritur ad movendas 3 libras per 1 pedem, quantum ad movendam eodem tempore 1 libram per 3 pedes.

COROLLARIUM III.

66. Quia celeritas motus ex spatio certo quodam tempore percurso æstimatur; erit etiam celeritas, qua vis se movet, ad celeritatem qua movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.

SCHOLION.

67. *Videmus itaque per vectem vim minime augeri, sed tantum aptam reddi, ut motum lentius quam alias producat. Motum igi-*

igitur acceleraturus, vim in H & pondus in L transferre debet: tum vis major est pondere, compendium vero temporis habetur.

THEOREMA VIII.

68. *Si linea directionis vis mortuæ cum radio rotæ A C, & linea directionis ponderis E cum radio cylindri C B angulum rectum efficit; vis mortua ad pondus est, ut radius cylindri C B ad radium rotæ A C.* TAB. I. Fig. 2.

DEMONSTRATIO.

Vis pondus sustineret, etsi præter lineam A B nihil restaret. Quare cum centrum motus sit in C, in B pondus & in A vis mortua normaliter applicata; erit hæc ad illud ut C B ad C A (§. 10. 45.). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

69. Si linea directionis vis mortuæ F H cum radio rotæ F C angulum obliquum efficit; perinde est ac si esset applicata in G; erit ergo ad pondus ut C B ad C G.

CO-

COROLLARIUM II.

70. Si angulus GFC, quem vis cum radio rotæ constituit, & radius rotæ dantur, linea GC per *Trigonometriam* invenitur (§. 20. *Trigon.*).

COROLLARIUM III.

71. Vis est efficacissima, si ejus linea directionis cum radio rotæ angulum rectum efficit. (§. 25. 45.).

COROLLARIUM IV.

72. Quoniam ratione vis mortuæ, rota tanquam vectis considerari potest (§. 10.); omnia problemata de vecte, rotis applicari possunt.

PROBLEMA XI.

Tab. II. Fig. 19. 73. *Dato pondere C, una cum radiis axium BH, AD, EF, & rotarum BA, DE, FG, invenire vim mortuam in G applicandam.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo vis peripheriæ rotæ primæ applicanda, ut pondus C cylindro ejus BH appensum sustentare valeat (§. 68.)

2. Hæc

2. Hæc vis ſpectetur tanquam pondus cylindro rotæ ſecundæ appenſum, indeque iterum determinetur (§. cit.) vis peripheriæ ejuſdem rotæ applicanda, ut illud, conſequenter etiam rotam cum pondere C detinere poſſit.

3. Hæc operatio continuetur, donec ad vim peripheriæ ultimæ applicandam ventum erit.

EXEMPLUM.

Sit C = 6000. ℔. BH = 6, AB = 34, AD = 5, DE = 35, EF = 4, FG = 27.

34 — 6 — 6000
vel 17   3   3
18000

*
*7
55
*8000 $1058\frac{14}{17}$ vel
*7777
***   1059 vis in A

35 — 5 — 1059
7   1

3 *
*059
777   $151\frac{2}{7}$ vis in E.

*
27 — 4 — $151\frac{2}{7}$
4

*
*
26*
1

$605\frac{1}{7}$
605
277   $22\frac{11}{27}$ vis in G.
*

SCHOLION.

74. *Si data vi quæratur pondus, non alia re opus est, quam ut à vi in G initium fiat, & pondus in E pro vi in E assumatur, &c.*

THEOREMA IX.

Tab. I. Fig. 2. 75. *Si ope axis in peritrochio vis movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Dum rota semel circumagitur, cylindrus I B K etiam semel circumvolvitur, (§. 12.); adeoque pondus E attollitur per tot pedes, quot continet peripheria cylindri. Ergo peripheria cylindri repræsentat spatium ponderis, & peripheria rotæ spatium vis. Est adeo illud ad hoc, ut peripheria cylindri ad peripheriam rotæ, vel (quod eodem recidit) ut radius cylindri C B ad radium rotæ C A, consequenter ut vis mortua ad pondus (§. 68.). Q. E. D.

SCHOLION.

76. *Si plures rotæ se mutuo excipiunt, adver-*

vertendum est, quod eidem cylindro affixæ, eodem tempore in orbem redeant; minor vero, quæ majori occurrit vel à majore circumagitur, toties circumvolvatur, interea dum major semel circumvolvitur, quoties peripheria minoris in peripheria majoris continetur, seu, quod idem est, quoties numerus dentium majoris numerum dentium minoris complectitur.

PROBLEMA XII.

77. *Datis rationibus radiorum vel peripheriarum rotarum minorum, ad radios vel peripherias majorum, invenire conversiones, quas subit rota velocissime circumacta, eo tempore quo tardissime mota semel convertitur.* TAB. II. Fig. 19.

RESOLUTIO.

1. Dividantur peripheriæ rotarum majorum per peripherias minorum.

2. Quoti ducantur in se invicem.

Factum erit numerus, qui indicat conversiones, quas subit rota G velocissime mota, eo tempore, quo tardissime mota A semel convertitur, (§. 76.)

EXEMPLUM.

Sit peripheria rotæ A 24, minoris D 12;

S 2 alte-

alterius rotæ majoris E 36, alterius minoris F 9.

$$\begin{matrix} 24 \\ 12 \end{matrix}\Big\} 2 \qquad \begin{matrix} 36 \\ 9 \end{matrix}\Big\} \begin{matrix} 4 \\ 2 \\ \hline 8 \end{matrix}$$

Rota igitur ultima G 8 conversiones subit, dum A semel circummeat.

SCHOLION.

78. *Peripheriæ quoque dantur per numeros dentium, quia dentes in rotis sibi mutuo occurrentibus æque magni sunt.*

PROBLEMA XIII.

79. *Datis revolutionibus rotæ velocissime circumactæ, dum tardissime mota semel circummeat, invenire numerum rotarum & numerum dentium in rotis atque tympanis, vel paxillorum in curriculis.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datarum revolutionum resolvatur in factores; hinc intelligetur, quot rotis dentatis & tympanis vel curriculis opus sit, tot sc. quot factores prodibunt.

2. Nu-

2. Numerus dentium in tympanis pro arbitrio assumtus ducatur sigillatim in singulos factores antea inventos; facta exhibebunt numeros dentium in rotis, quibus totidem tympana vel curriculi occurrunt. (§. 77. 78).

EXEMPLUM

Rota velocissime mota 40 revolutiones absolvere debet, dum tardissime mota semel circumagitur. Quoniam 40 ex multiplicatione 5 in 8 oritur, intelligitur duabus opus esse rotis dentatis totidemque tympanis vel curriculis. Quod si curriculi habuerint bacillos 6; rota tardissime mota A habebit dentes 48, media E 30, ultima G, cui vis applicatur, nullis instruenda, figuram sortitura pro vis applicandæ conditione. TAB. II. *Fig.* 19.

PROBLEMA XIV.

80. *Data vi, datoque pondere, invenire numerum rotarum & rationes radiorum illorum ad radios axium, seu rotarum minorum, eidem cylindro affixarum.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, ut conſtet, quoties hæc in illo contineatur.

2. Quotus diſcerpatur in factores.

Numerus enim factorum indicat numerum rotarum; & diametri axium vel tympanorum aut curriculorum ſe habebunt ad diametros rotarum, eidem cylindro cum illis affixarum, ut unitas ad factores ſingulos (§. 73).

EXEMPLUM.

Sit pondus 30000 ℔ vis 60 ℔, erit quotus 500 ℔., qui reſolvitur in factores 4. 5. 5. 5. Quatuor igitur conſtrui poſſunt rotæ, in quarum una diameter axis eſt ad diametrum rotæ ut 1 ad 4, in reliquis ut 1 ad 5.

SCHOLION.

81. *Reſolutio numerorum in ſuos factores ab exercitio pendet. Commodiſſime vero inſtituitur, diviſionem numeri reſolvendi per numeros parvos tentando. Subinde non ſuccedit, ut numerus datus in puros integros reſolvi queat. Quo in caſu, vel tandem cum integris fractio eſt retinenda, vel, ſi res id per-*

permittit, numerus aliquantum est augendus, donec exacte dividi possit.

PROBLEMA X.

82. *Si corpus D, super plano inclinato A C, sustinetur à vi K, cujus directio D K longitudini plani A C parallela: vis K ad corpus D est, ut altitudo plani A B ad longitudinem A C.* TAB. I. Fig. 7.

DEMONSTRATIO.

Sit DH linea directionis ponderis D: tota ejus gravitas in unum punctum veluti in F collocata concipi potest (§. 23. 35.). Idcirco ponderis distantia à centro motus est EF, distantia vero vis est ED (§. 24). Verum cum D EF repræsentet vectem (§. 10.), cujus centrum motus in E; vis K in D est ad pondus D in F, ut EF ad ED (§. 45). Et quia anguli DEG & EF G sunt recti; nec non angulus EGF utrique triangulo EFG & DEG communis; erit quoque angulus EDF angulo FEG, consequenter angulus D EF angulo EGF æqualis (§. 78. Geom.);

Geom.); adeoque EF: ED = GF: EG (§. 148. *Geom.*). Rursus quia anguli ad G verticales æquales sunt (§. 40. *Geom.*) & anguli ad F & H recti; erit etiam GF: EG = GH: GC (§. 148 *Geom.*), Tandem quoniam GH: GC = AB: AC (§. 149. *Geom.*), atque adeo EF: ED = AB: AC (§. 57. *Arithm.*); AB est ad AC, ut vis mortua ad pondus. Q. E. D.

THEOREMA XI.

Tab. II. Fig. 20. 83. *Si pondus R, impositum plano inclinato LN, sustinetur à vi, cujus directio RI est parallela basi MN: vis ad pondus est, ut altitudo LM ad basim MN.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex demonstratione theorematis præcedentis (§. 82.) assumi posse, ac si in vecte TQS, vis in T, pondus in S applicatum esset: consequenter vis ad pondus est, ut QS ad TQ seu RS (§. 45). Quare cum in demonstratione modo memorata porro ostensum sit, triangula RQS, SQO, Q

PN & LMN esse similia; erit QS : SR = SO : QS = OP : PN = LM : MN (§. 148. 149 *Geom.*) atque adeo vis ad pondus, ut LM ad MN. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

84. Proinde in cochlea, vis mortua est ad pondus vel resistentiam superandam (§. 3), sicut distantia helicum ad peripheriam cochleæ; Nam cochlea nil aliud est, quam planum inclinatum in superficie cylindri in orbem circumductum (§. 20). Vis autem juxta directionem basi parallelam movetur.

COROLLARIUM II.

85. Quamobrem cochleæ helicum angustiorum, plus efficaciæ habent, quam quæ instructæ sunt helicibus amplioribus, eadem cylindri manente crassitudine.

COROLLARIUM III.

86. Si pondus ex N usque in O movetur, ad altitudinem OP elevatum fuit, vis vero movetur per lineam PN. Est ergo spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam (§. 83). TAB. II. *Fig.* 20.

COROLLARIUM IV.

87. Idem quoque locum obtinet in cochlea. Dum enim vis movetur per peripheriam cochleæ, pondus per distantiam heli-

cum deprimitur. Eſt adeo ſpatium ponderis ad ſpatium vis, ut diſtantia duarum helicum, ad peripheriam cochleæ, hoc eſt, ut vis mortua ad pondus (§. 84.)

PROBLEMA XV.

88. *Data vi, peripheria cochleæ & diſtantia helicum, determinare reſiſtentiam, quam vis ope cochleæ ſuperare valet.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad diſtantiam helicum, peripheriam cochleæ & vim, numerus quartus proportionalis (§ 85 *Arithm.*). *Sic factum eſt, quod petebatur.*

EXEMPLUM.

Sit diſtantia helicum 3″, peripheria cochleæ 25″, vis 30 ℔.

3—25—30

1 10 10 (§. 59. *Arithm.*)

250 pondus

PROBLEMA XVI.

89. *Data vi, datoque pondere, cochleæ diametrum & diſtantiam helicum invenire.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, erit diſ-

diſtantia helicum 1, & quotus peripheria cochleæ (§. 84).

2. Diſtantia helicum, pro circumſtantiarum conditione aſſumta in digitis vel lineis, ducatur in quotum modo inventum, habetur peripheria cochleæ in digitis vel lineis (§. 85 *Arithm.*).

3. Indeque inveniatur diameter ejus (§. 133 *Geom.*)

EXEMPLUM.

Sit pondus 250 ℔. vis 30 ℔.

1
250 (8 $\frac{1}{3}$
30 | 3''' diſtantia helicum.
25 peripheria cochleæ

314 — 100 = 25
100
30 2500
432
2500 (7 $\frac{302}{314}$ vel 7 $\frac{151}{157}$ diameter cochleæ.
314

COROLLARIUM.

99. Quod ſi peripheria cochleæ inventa 25''' in rectam B C transferatur, & in B perpendicularis erigatur A B (§. 70. *Geom.*) rectangulumque A B C D compleatur (§. 99. *Geom.*), in eam diſtantiæ helicum ex B verſus TAB. II. *Fig.* 21.

ſus A, & ex C verſus D toties transferantur, quot helices fieri debent, heliceſque B 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4. &c. ducantur; charta A D C B circa cylindrum, cujus peripheria rectæ BC æqualis, circumvoluta, helicem qua cylindrus ſulcandus, exhibebit.

SHOLION.

91. *Cochlea plerumque ope temonis convertitur, qui cum cylindro axem in peritrochio format (§. 13.) & hinc vim præter efficaciam cochleæ auget (§. 68).*

DEFINITIO XXIV.

Tab. II. Fig. 22. 92. *Cochlea infinita* ſeu *perpetua* vocatur, ſi rotam ſtellatam circumagit.

COROLLARIUM I.

93. Dentes rotæ ſtellatæ juxta obliquitatem helicum cochleæ incidi debent.

SCHOLION.

94. *Cochlea infinita pluribus quam tribus helicibus non indiget.*

COROLLARIUM II.

95. Dum cochlea ſemel circumvolvitur, rota nonniſi dentis unius intervallo promovetur, adeoque motus eſt tardiſſimus.

THEOREMA XII.

Tab. II. Fig. 6. 96. *Si vis D ope funis trochleam C am-*

ambientis pondus E sustinet, erit ea ponderi æqualis.

DEMONSTRATIO.

Vis D ad pondus E est, sicut A C ad B C (§. 18. 45.). Atqui A C = B C (§. 18). Ergo vis ponderis æqualis est (§. 53. *Arithm.*) Q. E. D.

THEOREMA XIII.

97. *Si vis E pondus F ope funis trochleam ambientis sustinet, ita ut ambo funes sint paralleli & trochlea sursum unà cum pondere trahatur, si motus sequeretur, erit ea ad pondus, ut* 1 *ad* 2. TAB. II. *Fig.* 23.

DEMONSTRATIO.

Quoniam funis in D est fixus, & pondus F in H appensum, vis est ad pondus, sicut A H ad A B (§. 59.). Sed A H = $\frac{1}{2}$ A B (§. 18.). Est adeo vis dimidium ponderis. Q. E. D.

COROLLARIUM.

98. Proinde in polyspasto non superiores, sed inferiores tantum orbes effectum augent.

THEO-

THEOREMA XIV.

Tab II. Fig. 24.

99. *Si in polyspasto omnes funes MN, SX, QR, PO, TV paralleli sint, vis in Z ad pondus W est, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur.*

DEMONSTRATIO.

Quia enim in hoc casu pondus singulos funes æqualiter tendit: totum pondus per eos æqualiter distribuitur. Itaque vis in Z nil sustinendum habet, præter partem funi MN tributam (§. 96). Est adeo vis ad pondus, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

100. Si pondus (500) per numerum funium (5) dividatur, vis (100) prodibit.

COROLLARIUM. II.

101. Contra si vis (100) per numerum funium (5) multiplicetur, pondus (500) prodibit.

COROLLARIUM III.

102. Et quia numerus trochlearum superiorum & inferiorum simul sumtarum in

po-

polyspasto simul æqualis est numero funium, is prodit, si pondus (500) per vim (100) dividatur.

SCHOLION.

103. *Interdum orbes in polyspasto non supra sed juxta se invicem collocantur, præsertim si plures fuerint, ne polyspasti altitudo in nimium excrescat.*

THEOREMA XV.

104. *Si vis ope polyspasti movet pondus, erit spatium vis ad spatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Nam si pondus per pedem elevandum est, singuli funes ab eo tensi, pede sunt decurtandi. Vis igitur tot pedes extrahere debet, quot sunt funes. Quare spatium ejus est ad spatium ponderis, ut numerus funium, qui à pondere tenduntur, ad unitatem, hoc est, ut pondus ad vim mortuam (§. 99). Q. E. D.

THEOREMA XVI.

105. *In cuneo vis se habet ad pondus, vel corporis discindendi resistentiam,* Tab. II. Fig. 20.

am, ut dimidia crassities M L ad longitudinem M N.

DEMONSTRATIO.

Cuneus componitur ex duobus planis inclinatis. Quare cum eodem res recidat, sive pondus per plani acclivitatem trahatur, sive hoc sub illo protrudatur; præterea directio vis, quæ ope cunei corpora findit cum longitudine cunei coincidat, vis ad pondus est, ut dimidia crassities M L ad longitudinem M N (§. 83). Q. E. D.

COROLLARIUM.

186. Quamobrem acutior cuneus plus efficere valet, quam minus acutus: quia ratio ipsius M L ad M N in illo minor quam in hoc est.

DEFINITIO XXV.

107. Si aqua, quæ machinam ad motum animat, desuper in rotam irruit, & super eam subsistit, ut gravitate sua in uno latere rotam ulterius deprimat; *Rota directa* vocatur.

DEFI-

DEFINITIO XXVI.

108. *Rota* vero *retrograda* eſt, ſi aquæ ſuperimpendent, & ab ejus impulſu circumagitur.

COROLLARIUM I.

109. Quoniam aqua rariſſime præter quam in fluminibus permagnis ea rapiditate fertur, ut rotas molares circumagere poſſit, neceſſe eſt, ut ex alto præcipitata, impetum acquirat, ut alia corpora gravia; ac proinde locus; ubi rota conſtituenda, multo depreſſior eſſe debet, quam is, unde derivatur.

COROLLARIUM II.

110. Quoniam vero aqua declivitatem ſuam ab uno loco ad alterum ſucceſſive acquirit; declivitas in præcipitium eſt mutanda, ſi impetum concipere debet; ac proinde explorandum, quanta ſit declivitas, hoc eſt, quanto intervallo locus, ubi rota collocanda, ſit terræ centro propior quam alter, unde derivatur.

DEFINITIO XXVII.

111. *Ars libellandi* eſt ars inveniendi, quanto intervallo locus aliquis centro terræ vicinior, quam alius.

COROL-

COROLLARIUM I.

112. Quoniam lineæ horizontalis puncta singula à centro telluris æque distant (§. 28.); non alia re opus est, quam ut linea horizontalis loci unius usque ad alterum producatur, hujusque profunditas infra lineam horizontalem illius mensuretur.

COROLLARIUM II.

113. Hinc in libellatione aquarum, ante omnia lineam horizontalem invenire oportet.

PROBLEMA XVII.

114. Libellam *construere*, *hoc est*, *instrumentum*, *quo invenitur linea horizontalis*.

TAB. II. *Fig.* 25.

RESOLUTIO.

1. Ex assere probe dedolato exscindatur semicirculus ACBD & ex centro C linea tenui DH dividatur in duas partes æquales.

2. In F & E infigantur duo unci &

3. Ex centro filo tenui vel seta equina suspendatur globus plumbeus.

Quod si enim instrumentum per uncos F & E, ita ex funi suspendatur, ut filum CD incidat in lineam DH, erit

erit tam funis extensus, quam diameter instrumenti A B pars lineæ horizontalis apparentis.

DEMONSTRATIO.

Linea directionis gravium ad lineam horizontalem apparentem est perpendicularis (§. 41.). Sed filum C D, est linea directionis globi plumbei (§. 23.) & ad lineam A B perpendiculare, si lineam D H tegit (§. 17. 37 *Geom.*). Ergo hoc in casu A B est pars lineæ horizontalis apparentis. Q. E. D.

SCHOLION.

115. Ricciolus (Geogr. Reform. Lib. 6. cap. 26. f. 229.) *jam annotavit, hanc libellam, nisi sit ingens, in distantiis magnis facile aberrare, quandoquidem differentiam 5 minutorum, immo dimidij gradus vix indicat. Quod si vero ingens fuerit, ægre hinc inde transfertur. Enim vero in hoc casu loco semicirculi, asserem tantum tenuem E G H F diametro A B normaliter adjungere solent, ut radius C D usque in G prolongari possit. Alias libellarum species Dioptris instructas describo in* Elementis. Tab. II. *Fig.* 26.

DEFINITIO XXVIII.

116. *Declivitas* aquarum est linea

recta, indicans quanto ſuperficies earum in uno loco centro telluris vicinior ſit quam in altero.

PROBLEMA XVIII.

Tab. III. Fig. 27. 117. *Aquas libellare vel declivitatem earum determinare mediante libella dioptris inſtructa.*

RESOLUTIO.

1. In utroque ripæ loco, ubi ſit initium & finis libellandi, ope ponderis ex fune ſuſpenſi exploretur altitudo ripæ ſupra ipſam ſuperficiem aquarum: quæ in ſchedula notetur.

2. In prima ripa A collocetur libella, & in altera ripa B infigatur baculus ad horizontem perpendicularis cum tabula quadrangulari nigro colore tincta, ſed in medio circulo albo vel cruce alba notata, quæ ope cochleæ altius humiliusve pro lubitu ad baculum firmari poteſt.

3. Tabula nunc attollatur nunc deprimatur, donec per dioptras collineanti centrum tabulæ occurrat.

4. Ab A uſque in D inveſtigetur alti-

altitudo oculi A D, & à B usque in C altitudo centri tabulæ C.

5. Priori addatur altitudo ripæ in A; posteriori vero altitudo ripæ in B.

6. Quoniam adeo hoc modo manifestum fit, quantum linea D C, quæ cum linea horizontali in A parallela excurrit, utrobique à superficie aquarum absit; non alia re opus est quam ut summa prima inventa ab altera subtrahatur, residuum erit declivitas. Q. E. D.

Hic vero libella, quæ in P constituta est, loco tabulæ D in A collocata concipi debet.
Altit: ripæ in A 64″ Altit: ripæ in B 58″

A D 56	B C 72
120	130
	120
	Declivitas 10

7. Quod si ex uno loco alter videri nequit, procedatur per partes, dividendo scilicet distantiam datam in partes aliquot. Quoniam vero per viam loca occurrere possunt, altiora loco unde initium fit, collocetur libella E F inter duos baculos A Q & B H, & sem- Tab. III. Fig. 27.

 per

per feorsim notentur altitudines centri tabulæ D ad sinistram, & altitudines centri tabulæ C ad dextram itidem seorsim. Addantur priores in unam summam itemque posteriores. Quod si enim aggregata à se invicem subtrahantur, relinquetur declivitas.

Altit. sinist. AD	34″	Altit. dext. BC	57″
BO	68	MP	102
Altit. ripæ in A	64	Altit. ripæ in M	58
	166		217
			166
		Declivitas	51.

Cum libella antea (§. 114.) descripta res peragitur tendendo funes baculis alligatos; nec tabulis opus est.

PROBLEMA XIX.

Tab.III. Fig. 28.

118. *Vi venti machinam movere.*

RESOLUTIO.

1. Construantur 4 alæ ex scandulis, prout figura monstrat: longitudo EA est circiter 30, latitudo HI 6 pedum. Cylindro FL sub angulo 45° infigantur. Si enim axi ad angulum rectum aptarentur, prorsus à vento circumagi

gi

gi non possent. Alæ optime aptantur, si axem secant ad angulum 54°, tum ventus vim maximam exerit ad eas convertendas.

2. Cum vero alæ vento semper obversæ esse debeant; tota machina circa axem K versatilis est, ut ope vectis PQ ad turriculam firmati pro lubitu huc illucque versari possit.

ALITER.

1. Turricula ex lapidibus extruatur usque ad tectum, ita ut tantummodo hoc versatile existat. TAB. III. Fig. 29.

2. Tectum trajiciatur cylindro, alis ut antea paratis instructo.

3. Ad tectum firmetur trabs AB directe deorsum tendens usque ad aream, quæ circulariter circa turriculam exstructa fuit.

4. Hæc connectatur adhuc alii AC, quæ pariter supra in C ad tectum firmata est.

5. In area hinc inde defigantur unci ferrei.

Quod si enim funis per unum du-

catur, & ſucula G convertatur, tectum cum axe alligato ad uncum adducitur.

SCHOLION.

119. *Prior modus noſtris in oris uſitatus, poſteriore in Batavia utuntur. Ut in modo Batavino tectum commode circumverti poſſit, turricula annulo ligneo cingitur, & in eo canaliculus effoditur, in cujus fundo hinc inde trochleæ orichalceæ ita immittuntur, ut exiguum ſegmentum ultra eum promineat. Tandem intra canaliculum alius annulus deponitur, cui tectum ſuperſtruitur.*

PROBLEMA XX.

120. *Machinam conſtruere, quam brutum trahendo movere poſſit.*

RESOLUTIO.

1. Erigatur cylindrus verticalis: eique

2. Infigatur temo 7, 8, vel plurium etiam pedum, ſi è re fuerit, ut ad eum equus vel bos jungi queat.

3. Supra, circa eundem cylindrum aptetur horizontaliter rota ſtellata paulo ampla, & connectatur cum cylindro trabibus validis, quæ numero & longi-

gitudine radios rotæ æquent, sed quorum latitudo semissis, crassities dupla radiorum esse potest. E. gr. sit longitudo radiorum 7 pedum, crassities 2, & latitudo 7 digitorum, numerus radiorum 16; rota trabibus 16, quorum longitudo 7 pedum, crassities $8\frac{1}{2}$, & latitudo 4 digitorum, connecti potest. *Sic factum est, quod petebatur.*

PROBLEMA XXI.

121. *Machinam construere, quam brutum calcando movere potest.*

RESOLUTIO.

1. Construatur rota ingens, & subcudibus transversis muniatur, ut in rota directa fieri solet.

2. Stabulo super rota constructo includatur brutum; pavimentum foramine perforetur, quo brutum pedibus posterioribus subcudibus insistat.

3. Quoniam rota ab illo latere deprimitur, brutum pedes retrahit, illisque subcudem sequentem calcat; ita rota movetur.

SCHOLION.

122. *Si pondera minora moveri debent, veluti veru cum assa; loco subcudum rota in fronte asseribus sternitur, & canis intus collocatur pedibus eandem circumagens.*

PROBLEMA XXII.

123. *Machinam construere, quam homo deprimendo movere possit.*

RESOLUTIO.

TAB. III. Fig. 30. Ad cylindrum horizontaliter positum aptentur brachia plura per centrum axis transeuntia, vel saltem versus id infixa; quod si enim alternatim brachia DC, AB manu prehendas, & deprimas, cylindrus circa axem suam circumagetur.

PROBLEMA XXIII.

124. *Machinam versando movere.*

RESOLUTIO.

TAB. III. Fig. 31. Ad cylindrum applicetur manubrium vel rectangulum ABCD (n. 1.) vel in arcum circuli incurvatum (n. 2) EFG; cujus ope cylindrus circumduci poterit. Q. E. F. & D.

PRO-

PROBLEMA XXIV.

125. *Machinam trudendo movere.*

RESOLUTIO.

Hoc fit ope ſuculæ FGIH.

PROBLEMA XXV.

126. *Machinam calcando movere.* Tab. I. Fig. 3.

RESOLUTIO.

Conſtruatur rota ingens, intra cujus ambitum duo homines ſtare poſſint eodem fere modo, quem in Scholio Problematis 21 (§. 122) expoſuimus.

ALITER.

1. Vectis HF, cujus centrum motus F, ſit circa clavum ferreum mobile, horizontaliter ponatur, Tab. II. Fig. 32.

Idem ſuſpendatur ope perticæ EH ex manubrio EL, cylindro cuidam impacto.

Quod ſi poſito pede in G vectis deprimatur, mox iterum pes attollatur &c. cylindrus circumagetur. Q. E. F. & D.

COR-

COROLLARIUM.

127. Quoniam in casu posteriori pondus, quod in H applicatum intelligi debet, à centro motus longius distat, quam pes ipsi G insistens; vis major esse debet pondere movendo (§. 59.). Proinde hoc movendi modo tantummodo utimur, si pondus movendum est exiguum. Attamen cum virium compendio pertica in G applicari, & manu in H vectis moveri poterit.

PROBLEMA XXVI.

128. *Machinam construere, quæ à pondere descendente moveatur.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 34. 1. Circa cylindrum L M horizontaliter positum funis circumvolvatur, &

2. Idem circa trochleam G circumducatur in maxima à pavimento distantia.

3. Ejus denique extremitati alligetur pondus P.

Quod dum ob gravitatem suam des-

descendit, & funem devolvit, cylindrum circumagit. Q. E. F & D.

COROLLARIUM I.

129. Quo major est altitudo, per quam pondus P descendit, eo lentius funis devolvitur (quippe qui in hoc casu multo longior esse potest) & eo diutius durat motus.

COROLLARIUM II.

130. Ut funis lentius devolvatur, pondus P ex polyspasto F G suspendatur; si enim e. gr. polyspastus 4 habet orbes, à cylindro 4 pedes funis devolvuntur, antequam pondus P per altitudinem unius pedis descendat.

PROBLEMA XXVII.

131. *Pondere appenso adjuvare potentiam moventem.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. elevandum pondus 100 librarum Tab. III. Fig. 35.

1. Ponderi E alligetur funis &

2. Cir-

2. Circa trochleam H F circumducatur.

3. Alteri ejus extremo alligetur pondus D elevando fere æquale.

Quod si manu funis H D deorsum trahatur, exigua vi opus est ad elevandum pondus E.

PROBLEMA XXVIII.

132. *Machinam elateris vi movere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 36. 1. Fabricari curetur lamella chalybea, & in gyros contorqueatur: sic elater AB erit paratus; qui

2. Thecæ cylindricæ includatur, & catenula vel chorda fidium altero sui extremo affigatur.

3. Quoniam elater sub initium tensionis fortius, in fine continuo segnius trahit; figura fusi GLHI, cui chorda vel catenula circumplicata, non cylindrica sed conoidica esse debet. Quamquam enim potentia sub initium fortius, sub finem vero segnius trahit; attamen

sub

ſub initium fortius, ſub finem vero ſegnius trahit; attamen ſub initium centro motus propior eſt quam ſub finem, adeoque in caſu primo ejus efficacia minuitur, in altero augetur.

SCHOLION.

133. *Quantum fuſus GH à G verſus H ſucceſſive creſcere debeat, hucuſque experientia determinatum eſt, cum ex auditu judicarunt, num horologiorum ab elatere animatorum motus ſit uniformis nec ne. Enim vero* Schottus in ſua Technica curioſa lib. 9. c. 4. *prop.* 10. p. 641. *jure poſtulat, ut ad oſcillationes perpendiculi examinetur, num rotæ tardiſſime motæ, circumvolutiones, ſint æqui diuturnæ.*

PROBLEMA XXIX.

134. *Motum machinarum temperare, ita ut curſus earum ſit uniformis.*

RESOLUTIO.

In hunc finem adhibentur rotæ libratoriæ MN, quarum peripheria integra vel plumbo obductæ vel ſolummodo TAB. III. *Fig.* 33.

qua-

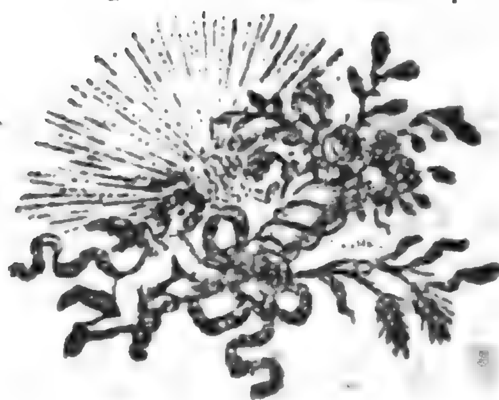
quatuor in locis ponderibus æquidistantibus instructæ sunt.

Ad eundem finem automatis perpendicula applicantur.

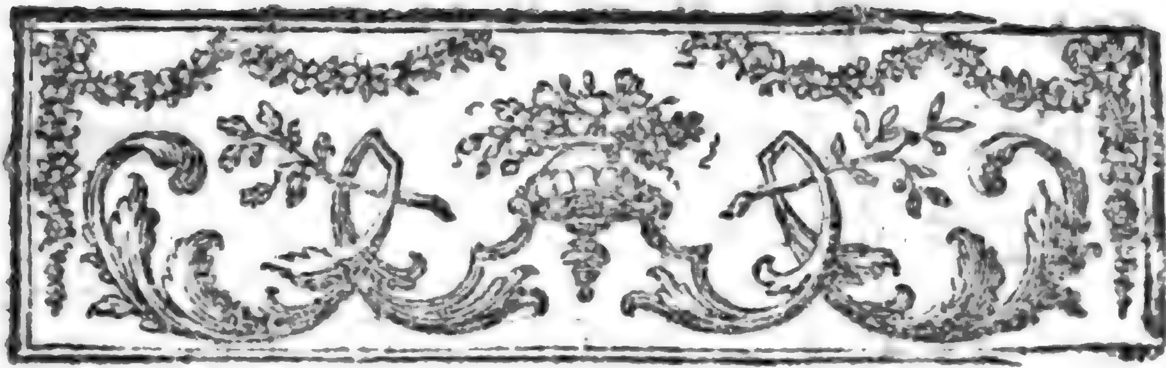
COROLLARIUM.

135. Rotis libratoriis opus habemus in machinis, quæ ab hominibus & brutis moventur, ne interdum in motu intermittant.

MECHANICÆ.
FINIS

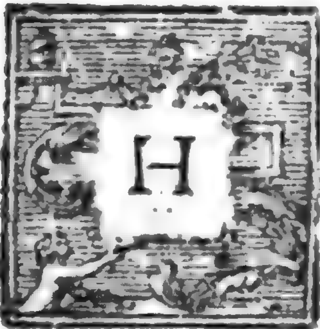


ELE-



ELEMENTA HYDROSTATICÆ.

DEFINITIO I.

1. YDROSTATICA est scientia actionis fluidorum in gravitatem corporum.

DEFINITIO II.

2. *Corpus fluidum* dicitur, cujus particulæ non firmiter inter se cohærent, sed facillime separabiles sunt.

SCHOLION.

3. *Hæc fluidorum proprietas dignoscitur, ex eo quod aliis corporibus libere transitum permittant, proprio pondere in guttas abeant, figuram cujuslibet vasis promte assumant, &, nisi intra vasa cohibeantur, diffluant.*

DEFINITIO III.

4. *Corpus solidum* est, cujus par-

ticulæ ita firmiter inter se cohærent; ut ægre divelli possint.

DEFINITIO IV.

5. *Corpus specifice levius* est, quod sub eodem volumine minus pondus continet quam alterum.

DEFINITIO V.

6. Contra, *Corpus specifice gravius* est, quod sub eodem volumine majus continet pondus quam alterum

SCHOLION.

7. *Si globus plumbeus tantundem spatii occupat, quantum lapideus, ille tamen gravior erit lapideo. Proinde plumbum est corpus lapide specifice gravius; contra lapis est corpus plumbo specifice levius.*

DEFINITIO VI.

8. *Vis resistens* dicitur, quæ actionem alterius vel in totum vel ex parte destruit.

AXIOMA I.

9. *Corpora gravia alia ipsis subjecta premunt, eaque è locis suis expellere nituntur.* (§. 32 Mech.).

AXIO-

AXIOMA II.

10. *Quo corpus est gravius, eo magis premit alia sibi subjecta.*

AXIOMA III.

11. *Si duo vel plura corpora eandem habent gravitatem, æqualiter premunt.*

AXIOMA IV.

12. *Si duo vel plura corpora eandem magnitudinem, sed diversam gravitatem habent; gravius magis premit quam levius.*

AXIOMA V.

13. *Si duo corpora se mutuo vi æquali, sed juxta lineas directionum oppositas premunt, motus nullus subsequitur: si vero alterutrum magis premit, quam ei resistitur, motus fit juxta directionem fortioris.*

LEMMA.

14. *Si duo cylindri sunt æque magni, & tamen inæquales habent altitudines ac bases: altitudo primi in altitudine secun-*

di toties continetur, quoties basis secundi, in basi primi.

DEMONSTRATIO.

Si duo cylindri æquales sunt, idem factum prodire debet, si cujusque cylindri basis per suam altitudinem multiplicetur: (§. 197 *Geom.*). Si altitudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secundi ad basin primi; erit factum ex basi primi in suam altitudinem æquale facto ex basi secundi in suam altitudinem (§. 81, *Arithm.*). Ergo si duo cylindri æquales sunt, altudo primi se habet ad altitudinem secundi, ut basis secundi ad basin primi. Q. E. D.

THEOREMA I.

15. *Si duo tubi communicantes aqua repleantur, illa in utroque tubo æque alta erit.*

DEMONSTRATIO.

TAB. Hydr. *Fig.* 1. *Casus primus.* Si tubi AB & CD sunt ad lineam horizontalem normales, eorumque diametri æquales, aqua utrinque ejusdem est gravitatis, si est æque al-

alta (§. 193. *Geom.*). Ergo aqua EB tanto conatu aquam BD è loco suo expellere nititur, quanto FD contra nititur (§. 9. 11). Neutra itaque alteram expellet (§. 13). Æque alta igitur sit oportet aqua in utroque tubo: *Quod erat primum.*

Casus secundus. Si basis tubi GI est quadrupla baseos tubi HK, & aqua in GI descendit ex L ad O: ex. gr. per unum pollicem: in angustiore ex M ad N per 4 pollices ascendat necesse est (§. 14). Ponamus in tubo ampliore 4 libras per 1 moveri: in angustiore igitur 1 libra per 4 movenda est. Quare, cum uterque motus eandem vim postulet (§. 65. *Mech.*) eorumque lineæ directionum sibi invicem contrariæ sint; aqua in tubo ampliore GI. aquam in angustiore HK ultra punctum M elevare nequit (§. 13): *Quod erat secundum.* *Fig. 2.*

Casus tertius. Si tubus PQ cum linea horizontali efficit angulum rectum, *Fig. 3.*

tum, & tubus R S obliquum; gravitas aquæ in tubo R S est instar globi in plano inclinato. Aqua igitur in tubo R S tantum valet, quantum in tubo T V, si utriusque eadem est altitudo (§. 82. *Mech.*). Atqui aqua in T V aquam in tubo P Q sustinet, si utraque est æque alta, *vi casus primi & secundi.* Æquilibris igitur etiam sit oportet aqua in tubo P Q aquæ in tubo R S, si utraque æque alta est. *Quod erat tertium.*

Fig. 4. *Casus quartus.* Hinc porro liquet, aquam in duobus tubis X W & Y Z æquiponderaturam, dummodo utrinque æque alta sit, etiamsi tubi diversæ sunt amplitudinis, & diversos angulos cum linea horizontali efficiunt. *Quod erat quartum.*

COROLLARIUM I.

Fig. 5. 16. Proinde, si fundo dolii intus pice probe obducti, tubus longus in C inseratur, & foramine pice oblito prohibeatur, ne aër vel aqua penetrare possit, dein dolium A B pariter ac tubus C D aqua impleatur; videbis modicam aquam in tubo C D fundum A E tanta vi sursum ursuram, ut ali-

quot

quot centupondia impoſita vincat. Etenim niſus aquæ in tubo C D tantus eſt quantus eſſet aquæ in toto cylindro F A.

COROLLARIUM II.

17. Quamobrem in preſſione fluidorum nonniſi eorum altitudo, & magnitudo baſeos preſſioni reſiſtentis conſideranda venit.

THEOREMA II.

18. *Si duo tubi communicantes fluidis diverſæ gravitatis repleantur, altitudo fluidi ſpecifice levioris ad altitudinem ſpecifice gravioris eſt, ut gravitas gravioris ad gravitatem levioris ſub eodem volumine.*

DEMONSTRATIO.

Sit ex gr. in tubo C D mercurius & in tubo A B aqua. Quoniam gravitas mercurii quater decies major eſt gravitate æqualis voluminis aquæ; demonſtrare oportet, aquam quater decies altiorem eſſe futuram in A B, quam eſt mercurius in C D. *Fig. 1.*

Si enim tubi ſunt ejuſdem amplitudinis, cylindri altitudinum rationem habent (§. 210 *Geom.*). Proinde ſi altitudo mercurii in tubo C D eſt qua-

quater decies minor altitudine aquæ in tubo A B, erit quantitas aquæ in A B quater decies major quantitate mercurii in C D; consequenter gravitates aquæ & mercurii æquales sunt. Quare, cum mercurius tantum premat versus D B, quantum aqua versus B D, (§. 11.) neutrum fluidorum alterum movebit (§. 13). Quoniam porro nihil refert, utrum tubi sint ejusdem amplitudinis, item utrum uterque ad lineam horizontalem perpendicularis sit, nec ne (§. 15.); in nullo casu nec aqua mercurium, nec hic illam movere poterit, si aqua quaterdecies mercurio altior fuerit. Q. E. D.

THEOREMA III.

19. *Si corpus specifice gravius in fluidum levius immergitur: tantum ponderis sui perdit, quantum est pondus fluidi, quod ab ipso expellitur.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus ex. gr. pedem cubicum plumbi sub aquam demergi: demonstran-

trandum est, quod tantum ponderis sui amittat, quantum pes cubicus aquæ ponderat. Pes cubicus aquæ, à plumbo expulsus, ab aqua circumstante in loco suo sustinebatur. Jam si plumbum in ejus locum pervenit, oportet ut ponderis ejus tanta pars, ab aqua circumfluente sustineatur, quantum fuit pondus aquæ expulsæ. Proinde plumbum tantum amittit ponderis, quantum est pondus, pedis cubici aquæ. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

20. Quoniam igitur pes cubicus ferri tantum ponderis in aqua perdit, quantum pes cubicus plumbi, & tamen pes cubicus plumbi gravior est pede cubico ferri; evidens est, ferrum & generaliter quodvis corpus specifice levius, in eodem fluido, ex. gr. in aqua majorem ponderis sui partem amittere, quam plumbum, vel generaliter quodvis corpus specifice gravius.

COROLLARIUM II.

21. Quamvis itaque corpus specifice gravius ex. gr. plumbum, corpori specifice leviori, ex gr. ferro in aere æquiponderet: attamen in aqua vel alio fluido, inter se non

æquiponderabunt, sed plumbum præponderabit.

COROLLARIUM III.

22. Quoniam pes cubicus plumbi in aquæ tantum ponderis sui amittit, quantum est pondus pedis cubici aquæ: contra in vino tantum ponderis sui perdit, quantum est pondus pedis cubici vini; plumbum plus ponderis in aqua quam in vino; adeoque quodlibet corpus plus ponderis in fluido specifice graviori, quam in specifice leviori amittit.

COROLLARIUM IV.

23. Hinc libra plumbi æquilibrium non servat cum libra plumbi, si una aquæ, altera vero vino immergatur. Vel generaliter duo corpora, ejusdem speciei & magnitudinis, æquilibrium non servant, si fluidis diversæ gravitatis immerguntur.

COROLLARIUM V.

24. Gravitas fluidi alicujus, est ad gravitatem alius corporis ejusdem magnitudinis, ut pars ponderis, quam hoc in illo amittit, ad pondus ejus integrum. Ex. gr. gravitas aquæ ad gravitatem ferri est, ut pars ponderis, quam pes cubicus ferri in aqua amittit, ad pondus ejus integrum.

PROBLEMA I.

25. *Invenire pondus fluidi cujuscunque, ex. gr. vini in dolio contenti.* RE-

RESOLUTIO.

1. Pollex cubicus plumbi è filo suspensus in fluidum, ex. gr. in vinum immittatur, ponderisque quod amittit, quantitas notetur; sic enim patet pondus quo pollet pollex cubicus fluidi dati (§. 19).

2. Per Geometriam determinetur massa fluidi, ex gr. vini in dolio contenti (§. 215. *Geom.*); quo facto

3. Per regulam trium (§. 85 *Arithm.*) invenietur pondus totius fluidi quæsitum.

Ex. gr. Pes cubicus plumbi Parisinus in aqua amittit 72 lib. Quæritur pondus 345

1′ — 72 lib — 345
72
690
2415

Pondus aquæ 24840 lib.

COROLLARIUM.

26. Simili modo ex determinato pondere fluidi, massa illius reperiri poterit; ex. gr. quæritur, quantum spatium occupent 325000 lib. aquæ.

72 lib—1′—325000 lib

```
 1 6              1
              ------
 3227         325000
47384
325000 (4513′ 8  Maſſa aquæ.
              -
 72222        9
  777
```

PROBLEMA II.

27. *Invenire rationem gravitatis fluidi ad gravitatem alterius fluidi ſub eodem volumine.*

RESOLUTIO.

1. Exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido uno, ex. gr. in aqua, amittat: ita innoteſcit pondus pollicis cubici aquei (§. 19).

2. Eodem modo exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido altero, ex. gr. in oleo amittat: ita innoteſcet pondus, pollicis cubici olei. (§. cit.)

Itaque gravitas aquæ ad gravitatem olei eſt, ut pondus, quod cubus pollicaris lapideus in aqua perdit, ad pondus, quod idem amittit in oleo.

Ex.

Ex, gr, Pes cubicus lapideus in aqua perdit 72 lib., in oleo 66 lib. Est adeo gravitas aquæ ad gravitatem olei, ut 72 ad 66 vel ut 12. ad 11. (§. 59. *Arith.*)

PROBLEMA III.

28. *Dato pondere corporis ex duobus miscibilibus compositi, una cum pondere, quod in fluido aliquo amittit, invenire pondera miscibilium sigillatim.*

RESOLUTIO.

1. Per experientiam determinetur, quantum ponderis, ex. gr. libra utriusque miscibilis in dato fluido, ex. gr. in aqua amittat.

2. Hinc per regulam trium porro eruatur, quantum ponderis in eodem fluido, ex. gr. in aqua amittere debeat utriusque miscibilis massa, si quævis mixtum pondere æquaret.

3. Decrementum minus subtrahatur e majori, ut constet excessus, quo pondus à specifice leviori amissum superat pondus à graviori amissum.

4. Porro pondus à specifice gravio-

viori amissum subtrahatur a decremento ponderis corporis mixti, ut constet excessus, quo pondus a mixto amissum superat pondus a graviori amissum.

5. Quod si ad excessum primum, excessum alterum & pondus mixti quæratur numerus quartus proportionalis (§. 85. *Arith.*): erit is pondus miscibilis specifice levioris: quod

6. A pondere mixti subductum relinquit pondus massæ specifice gravioris.

Ita inventum est, quod petebatur.

EXEMPLUM.

Massa 120 librarum, ex stanno & plumbo commixtis composita, in aqua amittit 14 lib.; quæruntur pondera stanni & plumbi sigillatim? Quoniam experimentando reperitur, stannum 37 librarum in aqua amittere pondus 5 librarum, plumbum vero librarum 23 amittere 2; calculum ita inibis.

37—5—120
5
600 lib.
37

23

23—2—120

2

240 lib.

23

$\frac{600-240}{37} = \frac{13800-8880}{851} = \frac{4920}{851}$
$\frac{23}{}$

$14 - \frac{8880}{851} = \frac{11914-8880}{851} = \frac{3034}{851}$

4920—3034—120

41 1 (120

2

28

3034 (74 lib. Pondus specif. lev.

4 | 120 Pondus mixti.

4 | 46 Pondus specif. grav.

SCHOLION.

29. *Eodem modo solvi potest problema, quod Hydrostaticæ originem dedit, & ab Archimede primo solutum fuit: quantum scilicet argenti coronæ Regis Syracusarum, 18 libr. ponderanti admiscuerit aurifex. Nam quia 18 libr. auri in aqua perdunt 1 lib.: at 18 lib. argenti 1 ½ lib, tandemque corona amisit 1 ⅓ ponderis sui, eam ex 12 lib. argenti & 6 lib. auri conflatam esse deprehensum fuit.*

THEOREMA IV.

30. *Corpus specifice gravius, in flui-*

do

do specifice leviori, vim adhibet ad descensum æqualem excessui ponderis sui, supra pondus fluidi ejusdem voluminis.

DEMONSTRATIO.

Corpus immersum amittit partem sui ponderis, æqualem ponderi fluidi, quod æquale spatium cum corpore occupat (§. 19). Ergo nonnisi vim residuam in descensum impendere potest. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

31. Vis igitur, quæ corpus ex. gr. in aqua sustentat, æqualis est excessui gravitatis corporis supra gravitatem æqualis voluminis aquæ. Ex. gr. 37 libræ stanni in aqua amittunt de pondere suo libras 5. Adeoque 32 libræ hanc massam in aqua sustentare possunt.

SCHOLION.

32. *Datis igitur solidi submersi magnitudine & gravitate, determinari potest vis, qua super aquas attolli potest.*

Sit pondus massæ submersæ 104500 *librarum, magnitudo* 340 *pedum cubicorum. Pondus pedis cubici aquæ, in qua massa submersa, est* 72 *lib.*

340
72
———
680
238
———
24480 lib. Pondus aquæ maſſam æquantis
104500 Pondus maſſæ.
———
80020 Vis ſuſtentans.

COROLLARIUM II.

33. Quare cum pondus corporis ſolidi pondus fluidi ſpecifice gravioris, quod expulit, magis excedat quam pondus ſpecifice levioris, (§. 22.) ut in hoc celerius, in illo tardius ſubſidat neceſſe eſt. Ex. gr. Globus plumbeus celerius in vino quam in aqua ſubſidit.

THEOREMA V.

34. *Corpus ſpecifice levius in fluido graviore, ex. gr. in aqua mergitur, donec aqua, quæ ſpatium à parte merſa occupatum impleret, toti corpori æquiponderat.*

DEMONSTRATIO.

Corpus immerſum eſto cylindrus ligneus. Concipiamus aquam conſtare ex pluribus cylindris, qui omnes æquiponderabunt, quia eandem habent altitudi-

nem (§. 15.). Jam si cylindrus ligneus aquæ imponatur; cylindrus aqueus subjectus magis premit, quam collaterales resistunt, (§. 10.); adeoque aquam collateralem sursum pellet (§. 13.); consequenter cylindrus ligneus immergitur. Quamprimum vero tanta quantitas aquæ à cylindro ligneo expulsa est, quæ ponderi ejus integro æqualis est, cylindrus aqueus, qui eum sustentat, gravior non est, quam erat antea, cum aqua locum cylindri lignei occuparet; ergo quia antea aqua circumfluens eidem æquiponderabat, etiam nunc pondere æquipollente pro illa aquæ parte substituto, eidem æquiponderare debet; proinde cylindrus ligneus ulterius non immergitur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Si idem corpus fluidis diversæ gravitatis specificæ imponatur, profundius mergitur in specifice leviori, quam in specifice graviori; ex. gr. profundius in vino, quam in aqua, quia plus vini, quam aquæ gravitatem corporis æquat.

CO-

COROLLARIUM II.

36. Quo propius gravitas corporis ad gravitatem fluidi, ex. gr. aquæ accedit, eo profundius corpus mergitur. Ex. gr. lignum ſpecifice gravius profundius mergitur, quam lignum ſpecifice levius.

COROLLARIUM III.

37. Si corpus fuerit ejuſdem gravitatis ſpecificæ cum fluido, ita ut ex. gr. pes cubicus æquiponderet pedi cubico aquæ, corpus totum ſubmergitur, & quieſcit in quovis loco intra fluidum in quem propellitur.

COROLLARIUM IV.

38. Si corpus mergitur ex. gr. parte ſui quarta, pars quarta tantundem aquæ ac pondus totius corporis æquat. Proinde ſi quatuor aquæ partes accipias, hoc eſt, tantum, quantum capere poteſt ſpatium totius corporis, pondus earum erit quadruplum ponderis totius corporis. Eſt ergo gravitas corporis, ad gravitatem fluidi ejuſdem voluminis, ut magnitudo partis immerſæ ad corporis magnitudinem integram.

COROLLARIUM V.

39. Corpus adeo ſpecifice levius fundo vaſis incumbens, non attollitur, niſi fluidum gravius affuſum ultra partem aſſurgat, quæ immergitur corpore in vaſe pleno natante.

PROBLEMA IV.

40. *Data gravitate ex gr. pedis cubici aquæ, unà cum magnitudine partis immersæ solidi, invenire pondus totius corporis.*

RESOLUTIO.

Quia pondus corporis solidi æquale est ponderi aquæ, quæ idem cum parte immersa spatium occupat, (§. 34.), inferatur: ut pes cubicus aquæ ad datam suam gravitatem, ita pars solidi immersa ad pondus totius corporis, quod proinde per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenitur.

EXEMPLUM

Pes cubicus aquæ est 72 librarum. Pars solidi immersa 740 pedum cubicorum.

1′——72 lib——740′

72
1480
518
53280 lib. Pondus totius corporis.

PROBLEMA V.

41. *Data gravitate, ex. gr. pedis cubici*

cubici aquæ, & gravitate solidi, invenire magnitudinem partis immergendæ.

RESOLUTIO.

Cum sit, ut gravitas pedis cubici aquæ, ad magnitudinem pedis cubici; ita pondus corporis dati ad magnitudinem partis immergendæ (§. 34.); per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) denuo invenitur magnitudo quæsita partis immergendæ.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ est 72 librarum, gravitas corporis 53280 lib.

72 lib—1′—53280 lib.

$\frac{1}{53280}$

2
48
53280 (740′ Magnitudo partis immergendæ.
7222
77

SCHOLION.

42. *Per præsens Problema invenitur onus, cui ferendo navis par est.*

PROBLEMA VI.

43. *Datis magnitudine & gravitate*

te solidi specifice levioris, ex. gr. frusti ligni, unà cum gravitate fluidi specifice gravioris, ex. gr. pedis cubici aquæ; invenire vim, qua corpus sub aqua demersum detineri potest.

RESOLUTIO.

Patet (§. 34.) vim, qua opus est ad solidum sub aqua detinendum, æqualem esse excessui ponderis aquæ, quæ æquale cum solido spatium occupat, supra pondus solidi. Idcirco

1. Ex datis gravitate pedis cubici aquæ & magnitudine solidi, quæratur per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) gravitas aquæ, quæ æquale spatium cum integro corpore occupat.

2. Inde subtrahatur pondus solidi, ita nimirum vis quæsita relinquetur.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ ponderat 72 lib. solidum sub aqua detinendum 100 lib. Magnitudo ejus 8 pedum cubicorum.

1′—72—8′
　　8

576 lib. Pondus aquæ solido æqualis.
100 lib. Pondus solidi.

476 lib. Vis, quæ solidum sub aqua detinet

co-

COROLLARIUM.

44. Quoniam corpus eadem vi sursum urgetur, qua sub aqua vel alio fluido detineri posset; per præsens Problema invenitur quoque vis, qua solidum specifice levius in fluido dato graviori sursum urgetur. Ut in exemplo antecedente, ea est 476 lib.

THEOREMA VI.

45. *Vis, quæ requiritur ad vas vacuum AB ad lineam AC usque immergendum, ad quam aqua plenum immergitur, vi quæ tantundem aquæ in aëre sustentare posset, æqualis est.*

DEMONSTRATIO.

Vis aquam in aëre sustentans gravitati ejus æqualis est. Sed vis vas vacuum AB ad lineam AC in aquam immergens æquatur gravitati aquæ vas replentis, quia hæc ad eandem lineam AC vas immergit, *per hypoth.* Ergo hæc vis æquatur alteri, quæ aquam in vase contentam in aëre sustentare valet (§. 22. *Arithm.*) Q. E. D.

THEOREMA VII.

46. *Vis, quæ requiritur ad solidum*

ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, itemque pondus à ſolido leviori amiſſum, gravitati fluidi accreſcit, & cum ea ponderat.

DEMONSTRATIO.

Vis enim, quæ requiritur, ad ſolidum ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, premit fluidum ſubjectum; adeoque perinde eſt, ac ſi maſſa ejuſdem ponderis eidem imponeretur; ſed hæc maſſa, utpote unum grave cum fluido conſtituens, unà cum eodem ponderaret. Ergo & vis eidem æquivalens cum fluido ponderare debet: *Quod erat unum.*

Pars ponderis, quam ſolidum ſpecifice gravius in fluido leviori amittit, à fluido ſuſtentatur; ceu patet ex demonſtratione *Theorem.* 3. (§. 19.); cum autem hæc ponderis pars, unà cum ſuperiore & inferiore aqua in eodem cylindro, circumfluenti aquæ æquiponderet: neceſſe eſt, ut unà cum illa aqua fundum vaſis premat, conſequenter unà cum illa gravitet. *Quod erat alterum.*

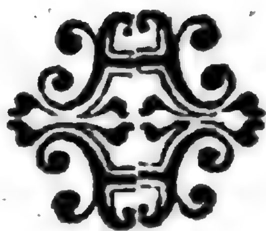
SCHO-

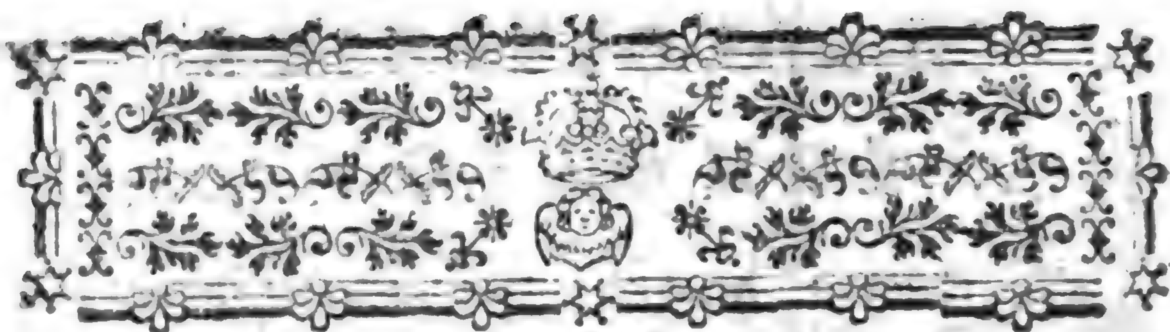
SCHOLION.

47. *Omnia, quæ hucusque demonstrata fuerunt, experimentis facile comprobantur. Experimenta autem spectanda sunt tanquam examina, quibus convincimur, nos per ratiocinia legitima veritatem fuisse assecutos. Hæc examina occurrunt in Tomo primo experimentorum.*

HYDROSTATICÆ.

FINIS.





ELEMENTA AEROMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. AEROMETRIA est scientia metiendi aërem.

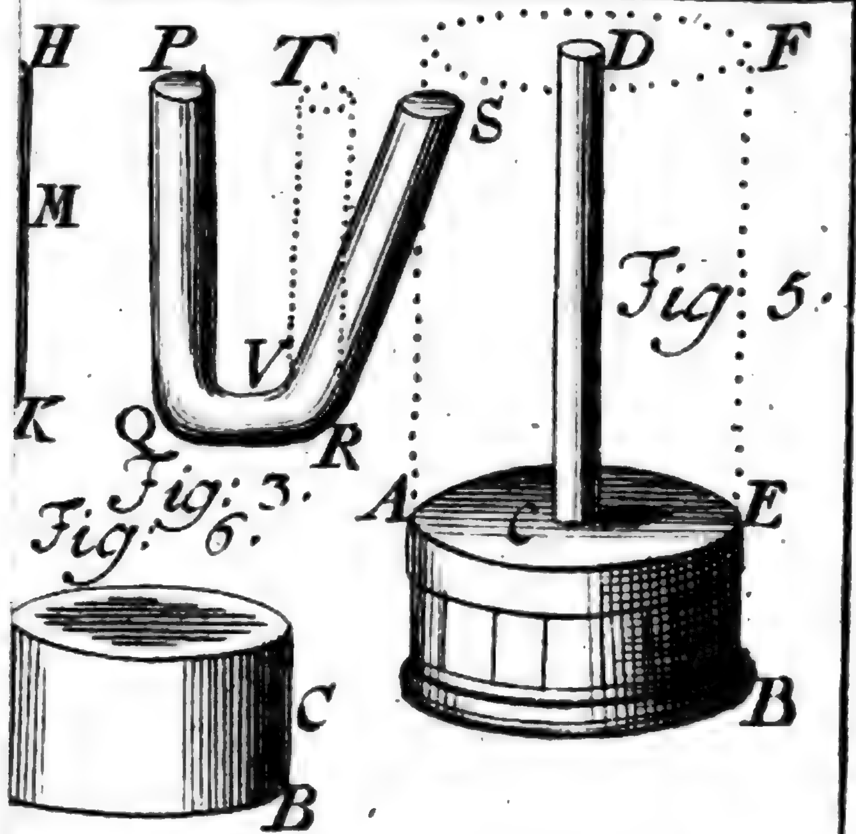
DEFINITIO II.

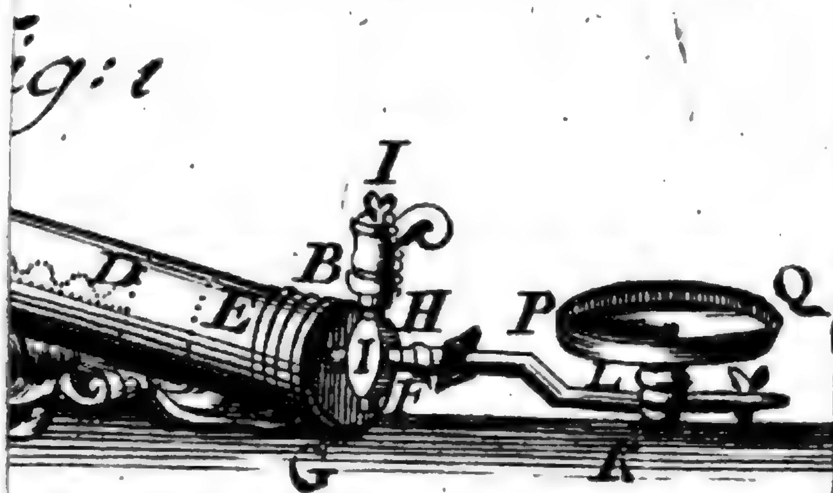
2. *Metiri*, est quantitatem quampiam pro unitate assumere, aliarumque ejusdem speciei, rationem ad eandem investigare.

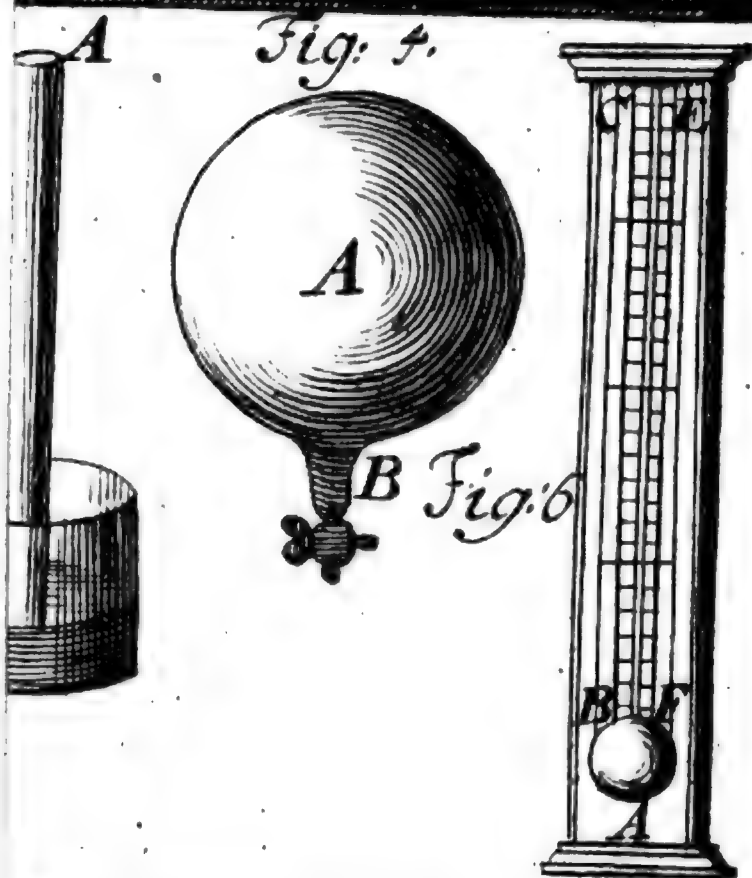
SCHOLION.

3. *Ex. gr. Panni longitudinem mensuraturus, longitudinem quampiam, quam ulnam vocas, pro unitate assumis, & quoties ulnæ longitudo in panni longitudine contineatur, inquiris. Similiter aëris calorem mensuraturus; quendam caloris gradum pro unitate assumere, & rationem illius ad hunc investigare debes, hoc est, quærere, quoties ille sit sumendus, ut gradus mensurandus prodeat.* (§. 52. *Arithm.*)

CO-


H
P
T
D
F
S
M
Fig. 5.
V
K
Q
R
Fig. 3.
A
E
Fig. 6.
C
C
B
B


Fig. 1
I
B
D
E
H
P
Q
I
F
L
G
K


A
Fig. 4.
A
B
Fig. 6
B
F
A

COROLLARIUM.

4. Cum quantitatis nomine veniat, quicquid augeri vel minui poteſt: omnia de aëre conceptibilia, quæ intenſitatis gradus admittunt, vel extenſionis terminos habent, metiri licet.

DEFINITIO III.

5. Per *Aërem* intelligo corpus fluidum, Telluri circumfuſum, quod ſpatia ab aliis corporibus relicta, quæ vacúa nobis eſſe viderentur, occupat, niſi ab alio quodam impediatur.

SCHOLION.

6. *Hic tantum proprietatem tradimus, ex qua Aër dignoſci poſſit.*

COROLLARIUM.

7. Quod ſi manus celeriter per ſpatia, quæ vacua eſſe videntur, faciem verſus promoveatur; faciem aliquid leviter contingere ſenties, ut ut manus ipſam non contingat. Neceſſe eſt adeo, ut ſpatia illa materia quadam admodum ſubtili repleta ſint, cum non videatur, & ejus partes non cohæreant, cum motum corporum non impediant. Spatia igitur in tellure ab aliis corporibus derelicta, fluidum aliquod ſubtiliſſimum occupat (§. 2. *Hydroſt.*) hoc eſt, Aër datur (§. 5.)

DEFI-

DEFINITIO IV.

8. *Comprimitur* corpus, cujus materia propria in angustius spatium cogitur.

DEFINITIO V.

9. *Dilatatur* corpus, cujus materia propria in amplius spatium expanditur.

SCHOLION.

10. *Illa materia corpori propria est, quæ unà cum eo ponderat, movetur, & in motu in alia corpora impingit. Omnem vero aliam materiam, quæ per corpus libere transfluit, materiam alienam vocamus.*

PROBLEMA XIX.

11. Antliam pneumaticam *construere, hoc est, instrumentum, cujus ope vasa aëre exhauriri possint.*

RESOLUTIO.

Tab. Aërom. Fig. 1. 1. Paretur cylindrus cavus A B ex orichalco, in tota sua superficie interiori optime politus, ut embolus D E ipsam arctissime undiquaque contingat, ne ulli

nulli moleculæ aëreæ inter eam & embolum locus relinquatur.

2. Embolus D E, aptetur ex orbibus coriaceis, pinguedine ſuilla excocta oleoque olivarum ſaturatis, qui intra duos orbes orichalceos, alter ſuperne in D, alter inferne in E, concludantur, mediante cochlea. Affigatur deinde embolo lamella ferrea dentata DC, a Cuſque in D dentata, ut ope manubrii NO, atque rotulæ dentatæ eidem cylindro affixæ, commode extrahi & intrudi poſſit. Notandum autem, corium optimum eſſe bubulum, ex quo ſuccingula militum parari ſolent, vel potius cervinum bubulo tractabilius.

3. In B afferruminetur baſi cylindri tubulus BFKL, cui in F epiſtomium GHI inſeritur, ut antlia pro lubitu claudi ac recludi poſſit; in quem finem epiſtomium primum in medio perforatur, ut aër per ipſum ex tubulo LK in corpus antliæ irruere queat: dein iterum ab uno tantum latere nonnihil oblique ſurſum verſus inforetur, ut aër ex corpore antliæ per cavitatem epiſtomii expelli poſſit. Superne eſt aënea acicula,

qua

qua cavitas epistomii, cum necesse fuerit, obturari potest.

4. Denique tubulus KL, in L instruatur cochlea, ut vasa aëre evacuanda, quorum orificia cochleis fœminis instructa, ad eundem firmari possint. Eodem modo adaptandus est, quoties usus postulat, catinus orichalceus PQ, cui vitra campaniformia commode imponere liceat.

SCHOLION.

12. *Superne circa A pelvis afferruminatur, cui aqua infunditur, si inter embolum & internam cylindri AB superficiem aër in antliam penetrat: item ne pulvis, vel aliæ quisquiliæ intrare queant. Fundus catini contegitur orbe coriaceo madefacto, secus enim campanæ vitreæ impositæ non satis exacte ipsi congruerent, atque adeo aëri transitum permitterent. Quemadmodum etiam omnes tubi orbiculis coriaceis, sebo calido illinitis muniuntur. Quando embolus difficulter promovetur, oleo olivarum illinitur, ut & epistomium sebo ad carbones candentes inungitur.*

EX-

EXPERIENTIA I.

13. *Si vesica agnina flaccida, pauculo aëre nonnisi intra rugas relicto, collo arctissime constricto, sub campana vitrea suspendatur, & ex hac aër educatur; vesica magis magisque intumescere conspicitur, perinde ac si inflaretur, quo major aëris copia ex campana educitur. Quod si rursus mediante epistomio, aliquid aëris in campanam immiseris, vesica statim detumescit & flaccida, ut prius, apparet.*

COROLLARIUM.

14. Cum in vesica nil nisi paululum aëris, hinc inde in ejus rugis latentis relictum sit, necesse est, ut is aere ambiente educto sese dilatet (§. 9.). Aliàs enim vesica non intumesceret. Quoniam vero magis magisque intumescit, quo magis aër ambiens exhauritur, aëri inesse vim sese insigniter dilatandi, eam etiam, nisi quid obstet, constanter effectum sortiri, manifeste colligitur.

DEFINITIO VI.

15. Vim, qua aër compressionis capax redditur, & sublata pressione ite-

iterum dilatatur, in posterum *vim elasticam* dicemus.

COROLLARIUM.

16. Si embolus D E ex Antlia pneumatica A B extrahitur, in ejus cavitate fit spatium vacuum, in quod aëri externo nullus aditus patet. Quod si epistomium G H aperiatur, aër sub campana catino P Q appressa, dilatatur, & per tubulum L K F in cavitatem antliæ irruit, donec ubique ejusdem sit densitatis. Atque ita aër sub campana rarior evadit, quam erat antea. Quo facto, si epistomium G H ita convertas, ut foramen oblique sursum versus pertusum, cavitati antliæ respondeat, aciculam æneam I removeas, embolumque D E in antliam intrudas; aër per tubum F G & epistomium G K extruditur.

Fig. 1.

EXPERIENTIA II.

17. *Globo vitreo, cavato, & satis capaci A cæmento agglutinetur tubus orichalceus brevior, cum epistomio & cochlea fœmina B, ut ad arbitrium claudi, ac ad antliam in L firmari possit. Ex isto globo exhauriatur omnis aër, quantum fieri potest. Quo facto epistomium claudatur, & ab antlia removeatur globus, & alteri lanci libra imponatur, altera vero*

Fig. 4. Fig. 1.

ro oneretur ponderibus, quoad cum globo in æquilibrio sit; hoc facto si recludatur epistomium, aërem externum cum strepitu irruere audies, & globus præponderabit; imo constanter post admissum aërem plus ponderabit, quam antea, cum vacuus esset.

COROLLARIUM I.

18. Quoniam globus lancem magis deprimit, si aere plenus, quam si vacuus est, aerem gravem esse necesse est (§. 32 *Mech.*).

SHOLION I.

19. *Methodo hac* Burcherus de Volder, *pondus unius pedis cubici aëris, 1 unciæ & 27 granorum, seu 507 granorum fere reperit. Vid.* Quæstiones Academicæ de aeris gravitate. Thes. 48. p. 50. & *seq.*

COROLLARIUM II.

20. Cum aër compressionis capax sit, & aër superior pondere suo premat inferiorem (§. 18 *Aerom.* & §. 9. *Hydrost.*); mirum non est, quod aër inferior densior, superior vero rarior deprehendatur.

COROLLARIUM III.

21. Hinc aër inferior specifice gravior est

ſuperiore; quia major illius copia in eodem ſpatio continetur.

SCHOLION II.

22. *Quid itaque mirum, quod vapores, per aërem inferiorem aſcendentes, in ſuperiori ſuſpenſi hæreant?* (§. 37 *Hydroſt.*).

THEOREMA I.

23. *Vis aëris elaſtica, vi aërem comprimenti, eſt æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Cum aër à vi minore, minus quam à majore comprimatur, illi reſiſtat neceſſe eſt. Sed aër gaudet vi elaſtica, qua, quantum poteſt, ſeſe expandere nititur (§. 15.). Ergo ut vi ſua elaſtica vi comprimenti reſiſtat neceſſe eſt (§. 8. *Hydroſt.*). Et quia hæc nihil ulterius contra illam poteſt, ei æqualis ſit oportet. (§. 13. *Hydroſt.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

24. Quo magis itaque aër comprimitur, eo fortior fit ejus vis elaſtica: è contrario quo rarior evadit, eo debilior fit.

COROLLARIUM II.

25. Si itaque aër comprimitur in ſpatium du-

duplo anguſtius, vis ejus elaſtica evadit duplo fortior. Si comprimitur in ſpatium triplo anguſtius, vis ejus elaſtica eſt triplo fortior, quam antea, &c.

COROLLARIUM III.

26. Vis elaſtica aëris inferioris tanta eſt, quanta eſt gravitas, qua à ſuperiore premitur.

COROLLARIUM IV.

27. Quicquid igitur gravitas ſuperioris efficit, idem præſtat inferioris elaſticitas.

EXPERIENTIA III.

28. *Tubus ultra 32 pedes Rhenanos longus aqua repleatur, ſuperne obturetur, ne aër ingredi queat, & inferne epiſtomio claudatur. Tubo verticaliter erecto, epiſtomium in aquam immergatur. Quo recluſo, aqua è tubo effluere incipiet, iſque effluxus, ſtatim ac ad altitudinem 31 vel 32 pedum Rhenanorum deſcenderit, ceſſabit.*

COROLLARIUM I.

29. Quoniam aqua intra tubum pendula aquam in vaſculo ſibi ſubjectam premit (§. 9. *Hydroſt.*), nec tamen aqua circumfuſa cedit, neceſſe eſt, ut circumcirca æquali vi prematur. Sed aquæ incumbit aër (§. 5. eamque

 pre-

premit (§. 18). Aër igitur eadem vi, aream circularem premat necesse est, ac cylindrus aqueus hunc circulum pro basi habens, & 32 pedes Rhenanos altus.

COROLLARIUM II.

30. Quoniam aër aquam ad altitudinem 32 pedum in tubo vacuo suspendit, mercurius vero quaterdecies gravior est aqua, aër mercurium ad altitudinem decimæ quartæ partis 32 pedum suspendit. (§. 18. *Hydrost.*)

SCHOLION.

Fig. 3. 31. *Unde si tubus vitreus A* B *superne in A hermetice sigillatus mercurio repleatur, atque orificium* B *in vasculum mercurio plenum immergatur, non omnis è tubo delabetur mercurius, sed in eo ad altitudinem 28 circiter digitorum subsistet. Ut primum* Torricellius *observavit, à quo etiam* Tubus Torricellianus *dicitur. Quod si mercurio in vasculo stagnanti aqua affundatur, mercurius altius ascendit, quia aër una cum aqua gravitat. Contra si Tubus Torricellianus sub campana vitrea, collo longiori instructa collocetur, & aër educatur, mercurius successive descendere notatur.*

PROBLEMA II.

32. *Data basi columnæ aëreæ invenire pondus*

RESOLUTIO.

1. Basis columnæ aëreæ multiplicetur per altitudinem aquæ ipsi æquiponderantis (§. 29.); factum erit soliditas columnæ aqueæ eandem cum aërea gravitatem habentis (§. 197 *Geom.*).

2. Quod si jam constet pondus pedis cubici aquæ, pondus columnæ aëreæ desideratum per Regulam trium eruetur (§. 85 *Arithm.*).

EXEMPLUM.

Sit diameter circuli 100‴, erit area 7850⁗ (§. 134 *Geom.*)

Altitudo columnæ aqueæ 3100‴

785000
23550

Soliditas columnæ aqueæ 24335000‴

1000″——72lib——24335″
72

48670
170345

1752120

1752120 (1752 $\frac{3}{25}$ pondus columnæ aëreæ.
1 000

COROLLARIUM.

33. Si diameter ſphæræ alicujus fuerit 1', baſis columnæ aëreæ incumbentis eſt circulus, cujus diameter 1', maximus nimirum ſphæræ circulus; adeoque ejus pondus 1752 lib. Aſt hujuſmodi columna non ſolum deorſum, verum etiam ſurſum premit (§. 26. 27).

THEOREMA II.

34. *Si vas fuerit aëre plenum, nullus eſt preſſionis aëris ambientis in ipſum effectus; aſt ubi evacuatur, ſequitur effectus vi prementi aëris ambientis reſpondens.*

DEMONSTRATIO.

Si vas fuerit aëre plenum ejuſdem cum ambiente externo denſitatis; elater aëris incluſi æqualis eſt vi prementi aëris ambientis (§. 23.). Ergo aër internus tantundem premit extrorſum ac externus introrſum: conſequenter nullus eſt preſſionis aëris ambientis in vas effectus (§. 13. *Hydroſt.*) *Quod erat primum.*

Enim vero ſi vas vel prorſus vel ex parte aëre evacuatur (§. 11.); in

caſu

casu primo pressioni aëris externi nihil resistit, in casu vero altero aër internus rarior evadit externo (§. 16); consequenter elater ejus minuitur (§. 24.). Cum itaque pressioni aëris externi, intus vel omnino non resistatur vel non satis valide, sequi debet effectus, vel vi toti aëris prementis vel ejus excessui supra resistentiam interni proportionalis (§. 13. *Hydrost.*) *Quod erat alterum.*

SCHOLION.

35. *Hinc ratio manifesta, cur campana vitrea, disco orichalceo, aëre educto, ita pertinaciter adhæreat, ut ab eo avelli nequeat; cur duo hemisphæria cuprea, quorum fissura sebo obducta, aëre exhausto adeo firmiter cohæreant, ut ne quidem plurium equorum viribus divelli possint; cur vitra angulosa, si per antliam aëre evacuantur, à pressione aëris externi franguntur, & cur id generis plura contingant.*

THEOREMA III.

36. *Si in Tubo Torricelliano aliquid aëris super mercurio relinquatur, mercurius ad minorem altitudinem suspenditur, quam si vacuus fuerit.*

DEMONSTRATIO.

Si aër internus ejusdem cum externo est densitatis, ejus elater solus æquilibratur aëri externo prementi (§. 23 *Aerom.* & §. 13. *Hydrost.*). Mercurius igitur vi gravitatis propriæ descendere incipit (§. 13. *Hydrost.*); quod dum accidit, aër inclusus se dilatat (§. 14.) &, cum rarior evadit, ejus elater debilitatur (§. 24.). Quare cum ita rarefactus, non amplius aëri externo æquilibretur (§. 13. *Hydrost.*) mercurii quædam portio in tubo remaneat necesse est. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

37. Quoniam gravitas mercurii & elater aëris simul æquiponderant aëri externo, tantum mercurii in tubo remanere debet, quantum ad supplendum excessum gravitatis aëris externi supra elaterem inclusi opus est.

COROLLARIUM. II.

38. Adeoque elater aëris inclusi æquatur ponderi columnæ mercurialis, qua deficit columna mercurialis integra, quæ sola aëri externo æquiponderat.

THEO-

THEOREMA IV.

39. *Si gravitas aëris minuitur, mercurius in Tubo Torricelliano descendere; si illa augetur, ascendere debet.*

DEMONSTRATIO.

Etenim mercurius intra Tubum Torricellianum suspensus æquiponderat gravitati aëris (§. 30.). Quare si hæc minuitur, mercurii quoque gravitas, consequenter altitudo ejus decrescere debet: contra si illa augetur, mercurius quoque ascendere debet (§. 13. *Hydrost.*) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

40. Cum altitudo mercurii in Tubo Torricelliano quotidie (licet non multum tamen sensibiliter) variet; concluditur inde, gravitatem, adeoque etiam vim elasticam aëris, multis mutationibus obnoxiam esse.

COROLLARIUM II.

41. Atque hæc est ratio; cur hoc instrumen-

tum ad metiendas mutationes in aëris gravitate evenientes adhibeatur; & *Barometrum* sive *Baroscopium* nuncupetur.

PROBLEMA III.

42. *Aërem per antliam pneumaticam in vase comprimere.*

RESOLUTIO.

Fig. 41. 1. Vas AB ad antliam firmetur.

Fig. 1. 2. Foramen, quo epistomium oblique sursum versus perforatum est, obvertatur cavitati antliæ, aciculaque ænea I eximatur.

3. Embolus DE ex antlia extrahatur; tum aër per epistomium ac tubum EB in eam ingredietur.

4. Convertatur epistomium, ita ut aperto tubo FK communicatio inter vas & cylindrum aperiatur, & superne in I obturetur.

5. Tandem embolus DE iterum detrudatur; quo facto aër ex Antlia per tubulum FKL in vas expelletur, adeoque in vase comprimetur (§. 8.) Q. E. F & D.

SCHO-

SCHOLION.

43. *Opus est, ut vasa, in quibus aër comprimitur, sint admodum firma: quia enim aëre compresso, ejus vis elastica valde intenditur (§. 24.); fieri potest, ut vasa vi dissiliant, & si vitrea sunt, spectatores lædant.*

EXPERIENTIA IV.

44. *Quod si vesicam aëre mediocriter repletam, firmiterque constrictam, ad ignem admoveas, nec tamen nimis prope, ne ab igne damnum capiat, eam non solum valde distendi, sed & ingenti prorsus fragore tandem disrumpi observabis. Quod si vero eam ab igne removeas, antequam disrumpatur, statim flaccida evadit.*

COROLLARIUM I.

45. Cum aër vesicæ inclusus frustra obsistente aëre externo, calore dilatetur; (§. 9.); necesse est, ut vis, qua aër dilatatur (§. 15.) fortior fiat pressione aëris externi (§. 13. *Hydrost.*). Calore igitur vim aëris elasticam intendi patet.

COROLLARIUM II.

46. Quia vero abeunte calore, vesica distenta rursus flaccida fit; frigore, vis aëris elastica minuatur necesse est.

COROLLARIUM III.

Fig. 2. 47. Unde si tubus vitreus B C aqua impleatur, globus A B vero aëre plenus relinquatur, tubique orificium C aquæ in vasculo E F contentæ immittatur; aqua in tubo B C ascendet, si frigus aëris increscit; contra descendet, si idem descrescit, sive increscit calor: quia in casu primo aër in globo contrahitur, in altero dilatatur.

SCHOLION.

58. *Hoc instrumentum primo ad mutationes caloris & frigoris in aëre metiendas adhibitum fuit, atque* Thermometrum, *vel meliori jure* Thermoscopium *appellatum fuit; loco autem vasculi, tubus alio adhuc globo exiguum foramen habente instructus fuit. Enim vero cum & gravitas aëris suis variationibus multas mutationes producere possit (§. 29. 40.) de aliis inventionibus cogitatum fuit.*

PROBLEMA IV.

49. Thermoscopium *construere, in quo*

quo mutationes caloris ac frigoris in aëre observare licet.

RESOLUTIO.

1. Crustulis ex radice Curcumæ aut Anchusæ resectis affundatur spiritus vini rectificatissimus, qui pulverem pyrium accendit: à priori radice colore flavo, à posteriore autem rubro tingetur.

2. Postea spiritus vini iterum iterumque filtretur per chartam bibulam, ut particulæ crassiores ex radice extractæ remaneant.

3. Spiritu vini filtrato impleatur globus vitreus A B cum tubo B C. Ne autem nimis parum immittatur & hyeme spiritus omnis in globum immitti nivi salsæ, aut glaciei rasæ, multoque sale conspersæ, vel (si æstivo tempore Thermoscopium parare volueris) aquæ fontanæ frigidæ, in qua multum nitri solutum fuit, & tamdiu inibi detineatur, donec spiritus ulterius non descendat. *Fig. 6.*

4. Quod

4. Quod si nimis alte supra globum stet, effundatur nonnihil liquoris, globusque aquæ ferventi immergatur, non tamen subito, sed in vaporibus ebullientis aquæ ante sensim calefiat, ne forte dissiliat: tum spiritus ascendet in tubo, aëremque expellet. Attamen quando vesiculæ in spiritu nasci incipiunt, globus prompte ex aqua tollendus est; quia aliàs spiritus, antequam caveas, effluet.

5. Tandem tubo ad flammam lampadis admoto, hermetice in C sigilletur.

6. Denique tubulus tabulæ ligneæ oblongæ affigatur, cujus superficiei affixa est scala in partes quotcunque æquales divisa.

Ita instrumentum erit paratum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim experientia docet, spiritum vini à frigore contrahi, à calore expandi; ex hoc instrumento intelligitur, frigus crevisse, si spiritus in tubo descendit; contra idem decrevisse, sive

ſive increviſſe calorem, ſi ſpiritus in tubo aſcendit. Ergo eſt Thermoſcopium, in quo mutationes caloris ac frigoris in aëre obſervare licet. Q. E. D.

SCHOLION I.

50. *Si ſpiritus per inſigne intervallum deſcendit, calorem multum decreviſſe conſtat; ſi aſcendit, eundem multum creviſſe intelligitur: quoniam tamen ſciri nequit, quoties ex. gr. gradus caloris hodierni in gradu alterius cujuſcunque diei contineatur, hoc Thermoſcopium non eſt inſtrumentum, quo calorem metiri licet.* (§. 2.)

SCHOLION II.

52. *Cæterum, quamvis mutationes in eo admodum ſenſibiles exiſtant, inprimis cum tubulus admodum ſubtilis, ita ut ſpiritus per notabile intervallum aſcendat, manu calida ad globum admota ſtatimque iterum deſcendat, ea remota; deprehendetur tamen poſtquam per inſigne intervallum tempore hyemali ſemel deſcendit, illum non ſtatim iterum aſcendere poſſe cum in eadem profunditate permaneat, tempeſtate jam multo mitiore.*

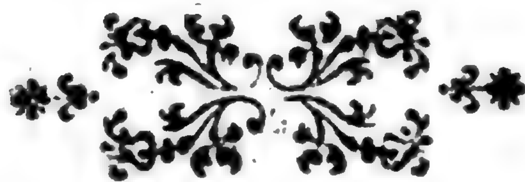
SCHO-

SCHOLION III.

52. *Vulgo duplicis generis gradus designantur, quorum nonnulli incrementum caloris, alii decrementum caloris, sive incrementum frigoris indicant: Nimirum Thermoscopium in cellam profundam transfertur, ibique per noctem deponitur, & mane punctum, ad quod spiritus in tubulo subsistit, notatur. A quo, tanquam gradu aëris temperati, sursum numerantur gradus crescentis caloris, deorsum vero gradus augescentis frigoris.*

AEROMETRIÆ.

FINIS.



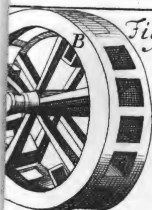

B


Fig:10
E
H
D

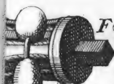
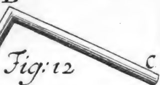
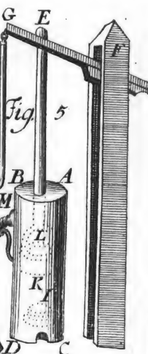
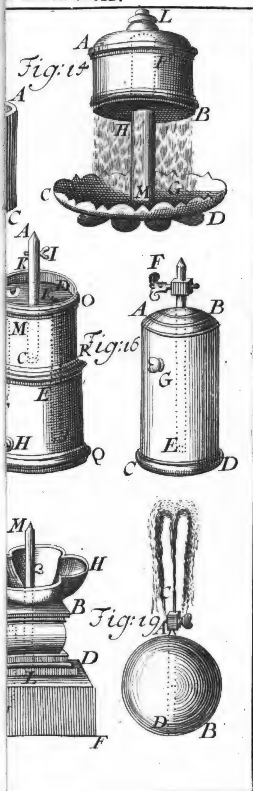

F
B

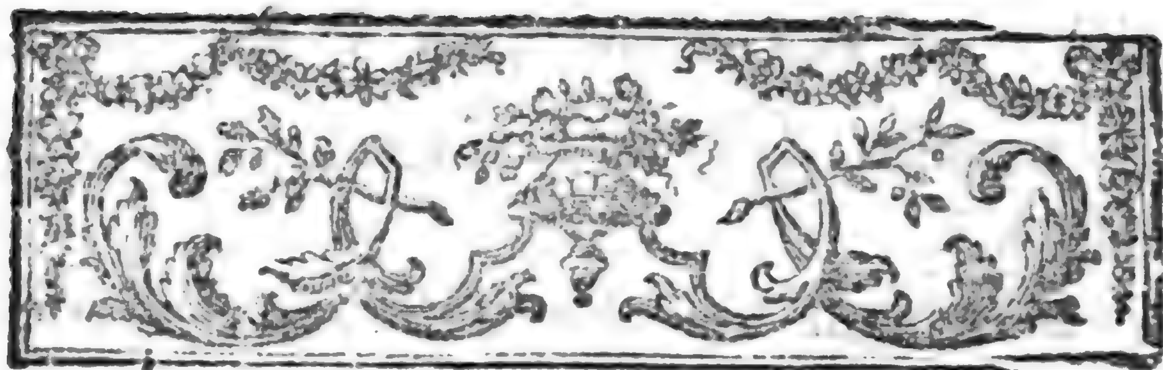

Fig: 11
A
C
B
E
B
D


Fig: 12
A
C


G
E
F
Fig. 5
B
A
M
H
L
K
I
D
C

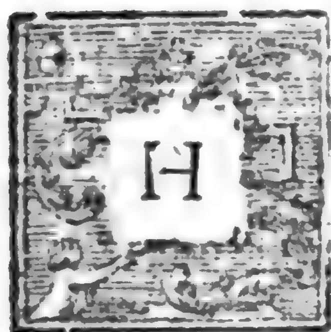



L
A
I
Fig: 14
A
B
H
C
M
G
D
C
A
I
K
F
O
A
B
M
Fig: 16
C
R
G
E
H
E
Q
C
D
M
H
B
Fig: 19
C
A
D
L
D
B
F



ELEMENTA HYDRAULICÆ.

DEFINITIO I.



YDRAULICA est ſcientia motus fluidorum, præſertim aquarum.

DEFINITIO II.

2. Per *Tubum* intelligimus cylindrum quemcunque cavum.

PROBLEMA I.

3. *Cochlea Archimedis aquam elevare.*

RESOLUTIO.

1. Cylindrus AB circumdetur tubo plumbeo ea lege, qua helicem

in cochlea designare solemus (§. 90 Mech.).

2. Eidem cylindro infigatur inferne clavus teres, superne vero aptetur manubrium, mediante quo circumagi possit.

3. Cylindrus denique inclinetur ad horizontem sub angulo 45 circiter graduum, osque inferius B aquæ immergatur. Ita cylindrum versando, aqua poterit attolli.

DEMONSTRATIO.

Etenim si os inferius aquæ immergatur, aqua proprio suo pondere ruit ad F. Circumvoluta cochlea aqua reptat ab F usque ad G. Eadem denuo circumvoluta, aqua reptat à G usque ad H & ita porro, donec tandem supra in A erumpat. Q. E. D.

SCHOLION.

4. *Hac Machina, exigua vi multum aquæ, sed non alte attolli potest: unde ad exhauriendos lacus commode adhibetur.*

PROBLEMA II.

5. *Rosarium construere ad elevandam aquam.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Tubus ligneus B L ejus altitudinis, ad quam aqua elevanda, aquis implantetur.

2. Tum ſubter aqua, tum ſupra, quo aqua elevanda, collocentur duo cylindri G H & E D, circa axiculos ferreos mobiles. TAB. I. *Fig.* 2.

3. Tandem funis, aut catena, innexis globis coriaceis qui cavitatem tubi exacte repleant, trajiciatur per tubum, & cylindris circumducta, colligetur.

Quod ſi cylindrus ſuperior G H circumagatur, aqua attolletur uſque ad L.

DEMONSTRATIO.

Quoniam tubus in aqua erectus, foramen inferne in B exciſum habet, aqua eo uſque intrat, donec cum ambiente in eadem altitudine exiſtat (§. 15. *Hydroſt.*) Quod ſi jam cylindrum ſuperiorem G H convertas, inferior E D ſimiliter convertitur, globique per tubum B L trahuntur. Quamprimum vero globus

bus tubum ſubit, aquæ exitum occludit, & aſcendens aquam ſurſum protrudit, tandemque ſuperne in L ejicit. Q. E. D.

PROBLEMA III.

6. *Aquam ope catenarum ſitulis inſtructarum elevare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 3.

1. Subter aquam horizontaliter collocetur cylindrus, aut priſma ſexangulalare M N, circa axiculum ferreum mobile.

2. Eo in loco, quo aqua elevari debet, conſtituatur cylindrus aut priſma ſimile O P alteri parallelum, circa axiculum ferreum itidem mobile.

3. Situlæ S catenis connectantur, quæ utrumque cylindrum vel priſma ambiant.

Quod ſi cylindrum ſuperiorem O P convertas, inferior ſimiliter convertitur, & ſitulæ per aquam tranſeuntes aquam

quam hauriunt ſuperius in P effundendam.

SCHOLION.

7. *Roſarium ſuſtentatio ſumtuoſa eſt, quia globi facile atteruntur; multam etiam vim, per affrictum in tubo abſorbent. Machina cum ſitulis, hyeme incommoda eſt, quia catenæ frigore haud raro diſſiliunt, funes vero facile rumpuntur.*

PROBLEMA IV.

8. *Aquam Tympano elevare.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur Tympanum, ex abſidibus & palmulis. TAB. I. *Fig.* 4.

2. Hinc & inde intra binas palmulas fiat ciſtula, ſuperne in fronte rotæ, omnino clauſa, in altero vero latere A, nonnulla foramina habens per quæ aqua intrare poſſit.

3. Ex uno latere firmetur fundus ad apſides rotæ; ex altero, promineat tantillum ultra apſidem, quo foramen quadratum relinquatur, per quod ſuperne aqua effundi queat.

Quod ſi hæc rota aquæ ſuperim-

pendatur, & convertatur; ciſtæ aquam haurient in tranſitu, eamque ſuperne effundent. Plures aliæ ſpecies Tympanorum pro haurienda aqua parantur, quas hic ſilentio prætermittimus.

PROBLEMA V.

9. *Conſtruere Antliam attractivam, cujus ope aqua ex loco profundo in altum evehi poſſit.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 5. 1. In aquam perpendiculariter implantetur tubus ligneus A B D C.

2. Subtus fundo D C aptetur valvula ſeu ventile I, quod ſurſum hiare poteſt, ſed non deorſum.

3. Embolus cavus L K tantæ craſſitudinis, ut exacte impleat cavitatem tubi, ne inter ipſum & tubum aqua penetrare poſſit, annectatur virgæ ferreæ E L.

4. Superne in L valvula inſtruatur.

Quod ſi intra tubum ſurſum deorſum-

ſumque agitetur embolus, aqua in altum evehetur.

DEMONSTRATIO.

Nam dum embolus attollitur, ſpatium aëre vacuum in tubo relinquit, aëreque premente, aqua valvulam I elevat, inque cavitatem tubi ingreditur (§. 29. *Aërom.*). Embolo rurſus depreſſo, clauditur valvula inferior I, & aperitur ſuperior L; quo ipſo aqua ſupra valvulam aſſurgit. Repetitis igitur emboli agitationibus, aqua elevata tandem per tubum MH effluit. Q. E. D.

SCHOLION.

10. *Valvulæ ſimpliciſſimæ C conficiuntur ex corio, habentque figuram circularem, & in anſula ſuper foramen fundi aut emboli, clave firmantur. Confici etiam poſſunt ex lamina cuprea E, & corio tenui obduci, circa cardinem in D mobiles. Ut autem certius relabantur, Elatere G inſtruuntur.* Tab. I. Fig. 6. & 7.

PROBLEMA VI.

11. *Conſtruere Antliam, quæ aquam attractam alte ejiciat.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 8. 1. Parentur duo cylindri orichalcei A B C D, in fundo D C valvulis instructi.

2. Unicuique afferruminetur tubus cum valvulis in H vel I, sursum versus N hiantibus.

3. Immittatur embolus K cavitati cylindri exacte congruens, ut aqua inter ipsum & tubum ascendere nequeat.

DEMONSTRATIO.

Dum enim embolus K attollitur, valvula ad fundum aperitur, aërque externus aquam in cylindrum propellit (§. 29. *Aërom.*); sed quum rursus deprimitur, valvula L recluditur & aqua per tubum lateralem expellitur, quæ valvulam I aperit, & ulterius per tubum in N afferruminatum protruditur. Ita hac machina aqua in altum propelli potest. Q. E. D.

SCHOLION I.

Tab. I. Fig. 9. 12. *Valvula etiam sequenti modo fieri potest. In fundo cylindri foramen A torno excavatur, ad instar coni truncati, eique immittitur conus trun-*

truncatus orichalceus B, torno itidem elaboratus, & clavo, aut tigillo transverso D impeditur, ne inverti possit. Vel foramen hemisphæricum excavatur, eique globus orichalceus cavitati exacte congruens immittitur.

SCHOLION II.

13. *Duo cylindri combinantur, ut machina celeriter & continuo aquam ejiciat, cum ita ordinetur, ut embolo altero depresso, alter attollatur. Hæc machina etiam adhibetur ad restinguenda incendia; ut & ad* Opera, *ut vocant* aquaria.

DEFINITIO III.

14. Per *Opus aquarium*, intelligimus Machinam, ope cujus aqua in omnia loca circumjacentia, ex. gr. in omnes fontes domesticos derivari potest.

PROBLEMA VII.

15. *Opus aquarium construere.*

RESOLUTIO.

1. Ædificetur turris aut aliud ædificium, prout elevatio locorum ultra libellam aquarum eo derivandarum requisiverit.

2. Intra turrim aut ædificium aqua

elevetur vel ope rosarii (§. 5.) vel fitularum catenis connexarum (§. 6.) vel tympani (§. 8.) vel antliarum (§. 9. 11.), viribus vel animatis, vel inanimatis, legitime applicatis juxta regulas (§. 109. 110. 120. & *seqq. Mechanicæ* traditas.

3. Supra aqua in aheno cupreo colligatur, in cujus fundum implantati sint tubi, per quos iterum descendere possit;

4. Ne aqua ultra latera aheni unquam assurgat, unus alterve ad summitatem fere protendatur tubus, per quem nimia in fluvium refluat, unde hauritur.

5. Hi tubi verticales connectantur cum aliis horizontalibus vel inclinatis, sub terra defossis, & ad eum usque locum protensis, in quem aqua deducenda.

6. Iis denique in locis, in quæ aqua deducitur, erigantur tubi verticales, in quos hient lumina horizontalium.

Quo facto aqua in his tubis ascen-

det

det (§. 15. *Hydrost.*), ac proinde *Opus aquarium* perfectum est (§. 14.). Q. E. F.

SCHOLION I.

16. *Non male canales in domibus amplæ fient, tanquam putei, & canales horizontales inferne epistomio instruentur, quod ope virgæ ferreæ aperire ac recludere licet. Ita enim aqua ad arbitrium admitti, arcerique poterit, hyemeque canalis fimo, stramineque vestiri, ne aqua intus congelet.*

COROLLARIUM.

17. Cum experientia doceat, aquam fere ad eandem altitudinem reverti, ex qua deciderat, fontes salientes poterunt confici, si per opus aquarium aqua elevetur, atque deinde per exiguos canales orichalceos ad fontem, ex quo salire debet, deducatur.

SCHOLION II.

18. *Ex principiis Hydrostaticæ* (§. 15. Hydrost.) *aqua præcise ad eandem altitudinem, ex qua delapsa fuerat, reverti deberet; sed experientia non consentit, quia semper paulo minus assurgere observatur, quam deciderat, immo si canalis pro vi premente nimis amplus est, plane non salit, sed tantum effluit. In rationem hic non inquiremus.*

PRO-

PROBLEMA VIII.

19. *Fontes diversimode exornare.*

RESOLUTIO.

Quoniam aqua saliens figuram aperturæ tubi assumit, ejusque directionem conservat: omnia hic à figura aperturæ & ejus directione pendent.

1. Ut aqua, virgulæ ad instar, in altum directe saliat, erigatur tubus horizonti perpendicularis. Si impetus satis validus fuerit, sphæra cuprea cava, salienti aquæ poterit immitti, quæ illam semper perpendiculariter in aquam recidentem, quasi in aëre pendulam & continuo mobilem, ac saltitatem sustinebit, modo vento non exponatur. Poterit etiam disponi infundibulum circa foramen tubi, ex quo aqua erumpit, ut si contingat globum decidere, rursus ab aqua saliente attollatur: & hoc modo aqua cum sphæra tanquam pila ludet.

2. Si desideretur, ut aqua quaquaversum erumpat, plures fistulæ variis modis locan-

candæ ſunt, aliæ verticaliter, aliæ horizontaliter, aliæ ſub angulo quovis; fiſtulæ etiam poterit inſeri *caput* ad inſtar hemiſphærii, aut ſuperne clauſi coni aut cylindri, totum ſubtiliſſimis foraminulis pertuſum; ita aqua circum circa, ad inſtar tenuiſſimorum filorum proſiliet.

3. Iridem exhibere poteris, ſi aquam in guttas diſſipaveris, & oculum inter fontem quaſi pluentem & ſolem in pluviam irradiantem collocaveris. Id autem obtinebis, ſi aqua per foramina plurima tenuiſſima, vel per unicum foramen ſcabrum emittatur, aut ſi cadat ſupra aliquod hemiſphærium ſeu rotundum tectum, indeque defluat circumquaque.

4. Tandem aquam extendere poteris ad modum lintei, ſi aqua per crenam arctam & bene politam erumpere cogas.

Plura alia ornamenta inveniuntur in BOCLERI *Architectura curioſa.*

PROBLEMA IX.

20. *Conſtruere vas ad hortos irrigandos idoneum*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 10. 1. Fiat vas sphæricum HB, aut alius figuræ, collo tenui HE instructum, & hemisphærium DB foraminulis pertundatur.

2. Vasi afferruminetur fistula E, cujus lumen pollice obturari potest.

Dico, si vas in aquam demergas, eam per foraminula fundi intrare: si digito ad orificium E applicato vas extrahas, nihil aquæ effluere: si tandem digitum iterum removeas, aquam per foraminula instar roris stillare, adeoque ad hortos irrigandos adhiberi posse.

DEMONSTRATIO.

Si vas usque ad fistulam, operto lumine E in aquam demergas, eo usque per, foraminula fundi implebitur, donec aqua in vase cum ambiente ad libellam perveniat (§. 15. *Hydrost.*). Ast si, digito ad lumen E applicato, idem extrahas, cum altitudo ejus unius alteriusve pedis longitudinem non excedat, & foraminula fundi adeo exigua sint, ut juxta

juxta aquam affluentem aëri in vas aditus denegetur: aër ambiens impediet, quo minus quidpiam aquæ effluere possit. Si digitum removeas, aëris integra columna, ab orificio E usque ad extremitatem atmosspheræ extensa, in aquam in vase contentam, & unà cum aqua, in aërem ad fundum D B gravitat. Quare, cum pressio aëris per orificium in aquam æqualis sit resistentiæ aëris ad fundum (§. 15. *Hydrost.*) aquæ pondus hanc superabit, adeoque ea per fundum vasis rorabit. Q. E. D.

PROBLEMA X.

21. *Siphonem construere, hoc est, instrumentum, cujus ope liquor ex vase hauriri potest.*

RESOLUTIO.

Construatur vas E F, cujus pars media A B C D figuram cylindri, extremæ autem A F B & C E D figuram conorum truncatorum habeant, sintque orificia F & E utrinque aperta, nec majora, quam TAB. I. Fig. 11.

quam quæ digito appoſito commode claudi poſſint.

Dico, ſi vas in liquorem demergas, fore ut eodem repleatur, etſi ſuperius orificium F promineat: ſi digito ad F applicato extrahatur, fore ut per lumen E nihil effluat: ſi denique digitum removeas, fore ut totus effluat.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ problemati præcedentis.

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 12. 22. *Si tubi recurvi A B C brachium minus A B in liquorem immergatur, aërque per foramen C exſugatur; liquor per brachium brevius aſſurget ex vaſe, & tamdiu effluet per tubum B C, quamdiu foramen A eundem attingit, & altius altero foramine C exiſtit.*

DEMONSTRATIO.

Sipho enim, ſi aër exſugatur, vacuus fit. Quare, cum aër aquam, cui incumbit, premat (§. 18. *Aërom.*) & in ſiphone nihil reſiſtentiæ offendat: in

in brachium minus A B aquam propellat necesse est, quæ per brachium majus B C vi gravitatis propriæ delabetur. Quare, cum aër ad tantum premat, quantum ad C, contra ob perpendiculum tubi B C, majus perpendiculo tubi A B, aqua in B C fortius versus C, quam aqua in A B versus A premat (§. 17. *Hydrost.*); aqua tamdiu per C effluat necesse est, donec aër per A in siphonem irruere, & inæqualem pressionem tollere potest. (§. 13. *Hydrost.*) Q. E. D.

SCHOLION I.

23. *Nihil refert, utrum alterutrum vel utrumque tubi brachium in sinus flexum sit; dummodo inferius orificium C semper depressius sit superficie aquæ exhauriendæ.* (§. 17. *Hydrost.*)

SCHOLION II.

24. *Interdum figura siphonis immutatur, locoque brevioris brachii conficitur amplus tubus R S, ad fundum vasis T V afferruminatus cum unico tantum orificio in R. Quamprimum enim aqua semel per tubum P Q fluere cœpit, tamdiu effluere pergit, quoad* Tab. II. Fig. 13.

aër per R in amplum tubum R S irruere potest. Hic sipho Diabetes *vocatur.*

PROBLEMA XI.

25. *Fontem intermittentem construere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. *Fig.* 14. 1. Intra vas rotundum immittatur, atque fundo medio afferruminetur tubus F H M, utrinque apertus, fereque operculum vasis L attingens.

2. Os tubi inferius afferruminetur catino C D, ex quo per exiguum foramen in medio ejus aqua defluere queat in vas suppositum. Et tubus F H M prope catinum foraminulo M pertusus sit.

3. Operculum vasis pertusum sit foramine cochlea munitum, per quod aqua infundi possit; fundus vero multis foraminulis, per quæ aqua destillare queat.

Quod si vas superius aqua repleatur, aqua per foraminula destillat in catinum, & foramen M brevi obsidebit, ut nullus aër in locum aquæ delapsæ succe-

ſuccedere poſſit; adeoque fluxus aquæ per foraminula ceſſabit. Interea ex catino aqua defluit in vas inferius, & quamprimum foramen inferius tubi M liberatur, aërique aditus in vas denuo conceditur, aqua denuo per foraminula ejuſdem effluit.

PROBLEMA XII.

26. *Fontem conſtruere in vaſe vitreo clauſo ſalientem.*

RESOLUTIO.

1. Sit ſphæra vitrea A, cujus orificium cochlea B E munitum. TAB. II. Fig. 15.

2. Per cochleam tranſeat tubulus D C exiguo lumine in C, ſed ampliore in D inſtructus, cujus pars major ſit extra vitrum.

3. Eidem cochleæ afferruminetur tubulus E F, ſupra prope cochleam E amplus, at infra in F gracilis ſed altero C D duplo fere longior.

4. Sint duo vaſa I K & L M mediante tubo H N inter ſe connexa, & baſi

basi superioris I K afferruminetur tubulus G H.

5. Per quem ad vas inferius demittatur tubus E F.

Quod si vas I K & circiter tertiam partem sphæræ A aqua repleas, aqua ex sphæra per tubulum E F in vas L M descendet, & per tubulum D C in sphæram ascendet, per lumen exiguum C saliendo,

PROBLEMA XII.

27. *Aquam vi elastica aëris compressi movere.*

RESOLUTIO.

TAB. II. *Fig.* 16. 1. Fiat vas cupreum solidum figuræ rotundæ A D, superne inferneque fundo orichalceo solito munitum.

2. In fundo inferiori C D fiat foramen cochlea munitum, per quod aqua infundi possit.

3. Fundo superiori A B afferruminetur tubus F E, ad fundum inferiorem fere pertingens, & supra, extra vas A D helicibus gaudens, ut non solum fonticulus

culus ad antliam, ſed & tubulus ad fonticulum aptari poſſit.

Quod ſi igitur aër in vaſe A D, ope antliæ vel ſyringis, comprimatur (§. 42. *Aërom.*), eaque ablata, tubuloque appoſito, clavicula aperiatur, aër aquam per F violenter expellet.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër in vaſe comprimitur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aërom.*). Quare, cum fortius premat quam externus in F reſiſtit, aquam per tubulum E F ejiciat neceſſe eſt, donec cum externo in æquilibrium redierit (§. 13. *Hydroſt.*) Q. E. D.

ALITER.

Accipiatur vitrea phiala A B, in quam per orificium immittatur, & cœmento firmetur tubulus vitreus C D, ſuperne in oſculum valde anguſtum deſinens, fermeque fundum phialæ D attingens. Quod ſi vas aqua tamen non prorſus plenum repleatur, aërque ore infletur, remoto ore, aqua proſiliet. TAB. II. *Fig.* 19.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio est eadem cum præcedente.

SCHOLION.

28. *Hunc fonticulum facile aqua replebis, exsugendo aërem per tubum, & orificium aquæ promte immergendo; aër enim externus sua pressione tantum aquæ intrare coget, quantum aëris suctione exhauseras (§. 34. Aërom.)*

PROBLEMA XIV.

29. *Fontem salientem construere, ubi exsiliens aqua, remanentem sequi cogit.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 17. 1. Duo vasa P R & H Q circum circa diligenter clausa sibi mutuo imponantur, atque immediate, vel mediate, per unam vel plures interjectas columnas, connectantur.

2. Operculo vasis superioris P D, concavo ad modum catini vel pelvis, tubus D L afferruminetur utrinque apertus, fermeque fundum vasis inferioris attingens.

3. Operculo vasis inferioris H R tubus F M afferruminetur, itidem ex

utraque

utraque parte apertus; atque ad operculum fere, vasis superioris P D pertingens.

4. In medio denique operculo superioris vasis afferruminetur tubus A C, qui exiguo instructus foramine A prope ad fundum H R pertingit.

Quod si vas superius P R aqua repleas, posteaque catino K O nonnihil infundas, aqua ex vase exsilire incipiet, pergetque quamdiu aliquid aquæ in vase remanebit.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër ex catino K O, per tubulum D L defluit, expellit aërem ex vase H Q, per tubulum F M in vas superius. Cum itaque aër hoc modo comprimatur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aërom.*) Proinde aëre externo debilius premente in A, quam aër vasi P R inclusus; necesse est ut aqua per tubulum C A ejiciatur. Relabente autem aqua expulsa in catinum K O, continuo per tubulum D L defluet, aëremque ex inferiori vase H Q, in superius

per tubulum F M depellet. Proinde prosilire perget, quoad aliquid aquæ in vase P R remanebit. Et hoc modo aqua exsiliens, remanentem sequi cogit. Q. E. D.

SCHOLION.

30. *Ingeniosi hujus jucundique fonticuli*, Hero Alexandrinus *inventor est; quare in ejus memoriam Fons Heronis recte audit. Exsilit autem aqua per eandem rationem de qua ante* (§. 27.), *nisi quod hoc casu aër singulari ratione, nempe per gravitatem aquæ in tubo D L comprimitur.*

PROBLEMA XV.

31. *Aquam per aërem calore rarefactum expellere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. *Fig.* 18. 1. Sint duo vasa A B C D & C D E F per diaphragma C D à se invicem separata, habeatque superius A B C D catinum A G H B afferruminatum, ejusdem cum ipso capacitatis.

2. Ex diaphragmate C D ascendat tubulus I K fundum catini non prorsus attingens.

3. Per

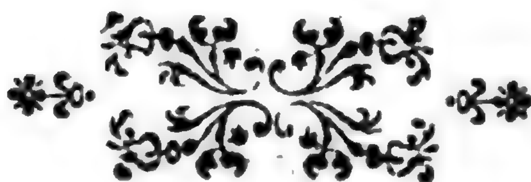
3. Per fundum catini exſurgat alius tubulus L M, cujus lumen L à diaphragmate exiguo intervallo diſtet.

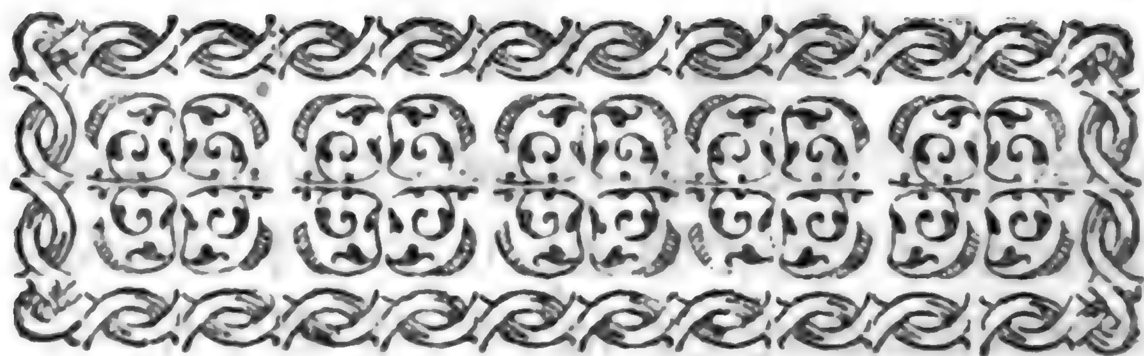
Dico ſi vas E F prunis imponatur, aut faces ardentes fundo ejus E F ſupponantur, fore ut aqua ex vaſe A D per tubulum L M ejiciatur.

DEMONSTRATIO.

Incaleſcente enim aëre in vaſe C E F D, aër rareſit, ejuſque elater intenditur (§. 45. *Aërom.*). Elater igitur aëris incluſi fortius premit aquam in vaſe A D contentam, quam externus per L M reſiſtit; conſequenter aqua per tubulum L M ejicitur. Q. E. D.

HYDRAULICÆ
FINIS.





ELEMENTA OPTICÆ.

DEFINITIO I.

1. OPTICA eſt ſcientia viſibilium, quatenus ope radiorum, directe ab ipſis in oculum illabentium viſibilia ſunt.

SCHOLION.

2. *Interdum latius ſumitur pro ſcientia viſibilium, quatenus viſibilia ſunt; ita ut* Catoptricam *atque* Dioptricam *unà comprehendat.*

DEFINITIO II.

3. Id quod corpora circumjecta viſibilia reddit *Lumen* vel *Lucem* vocamus; luminis vero defectum *Umbram*, & abſentiam omnis lucis *Tenebras*.

AXIO-

AXIOMA I.

4. *Nihil videtur sine lumine.*

AXIOMA II.

5. *Quo magis affluxus luminis in loco quodam impeditur, eo intensior fit umbra.*

OBSERVATIO I.

6. *Si per exiguum foramen ad instar pisi lumen solare in locum obscuratum intromittas, radium lucidum in linea recta progredi observabis.*

COROLLARIUM I.

7. Ergo radii luminis per lineam rectam repræsentari possunt.

COROLLARIUM II.

8. Quare cum lumen juxta lineas rectas progrediatur, nihil videre possumus, quod non cum oculo in eadem recta jacet, nisi radius in itinere à via sua detorqueatur (§. 10. 14.)

COROLLARIUM III.

9. Radii *Ab*, *Ac*, *Ad*, *Ae*, *Af*, ex eodem puncto A emanantes continuo magis divergunt, quo longius procedunt, & hinc lumen continuo fit debilius. TAB. Optic. *Fig.* 1.

OBSER.

Fig. 2.

OBSERVATIO II.

10. *Si radius G C per angustum foramen in cameram obscuram intrans, speculo B D excipiatur, ita ut cum eo efficiat angulum rectum G C D, radius resiliet in se ipsum. Ast si speculum B D ita constituatur, ut radius incidens F C cum illo efficiat angulum obliquum F C D; resiliet ad latus alterum, & resiliens radius E C cum speculo angulum E C B efficiet, æqualem illi quem radius incidens cum eodem speculo formaverat.*

DEFINITIO III.

Fig. 2.

11. Commemorata radiorum proprietas dicitur *Reflexio*. Angulus F C D, quem efficit radius incidens F C cum speculo B C D vocatur *Angulus incidentiæ*. Angulus E C B vero, quem efficit radius reflexus E C cum speculo *Angulus reflexionis* nuncupatur.

COROLLARIUM.

Fig. 2.

12. Proinde in speculo quocunque angulus reflexionis E C B est æqualis angulo incidentiæ F C D (§. 10.)

OBSER-

OBSERVATIO III.

13. *Si radius L M per exiguum foramen in cameram obscuratam intromissus, oblique incidat in vitrum conicum aqua repletum H K I, non rectà ex M in N tendet; sed transiens ex vitro in aërem, secundum rectam M O progredietur, non aliter ac si ex P venisset.* Fig. 3.

COROLLARIUM.

14. Radius itaque luminis frangitur, quotiescunque ex materia crassiore in tenuiorem, vel ex tenuiore in crassiorem penetrat.

DEFINITIO IV.

15. Hæc radiorum proprietas, hæc deviatio à linea quam tenebant, dicitur *Refractio.*

DEFINITIO V.

16. Angulus V S X quem facit radius incidens T V cum refracto S X, dicitur *Angulus refractionis.* Angulus Z S X, quem facit radius refractus S X cum linea S Z, quæ in puncto incidentiæ S ad superficiem corporis Q R, in quod incidit radius, perpendicularis existit, *Fig. 4.*

existit, dicitur *Angulus refractus.* Tandem angulus T S Y, quem facit radius incidens T S cum dicta perpendiculari S Y, *Angulus inclinationis* audit.

OBSERVATIO IV.

Fig. 1. 17. *Quodlibet punctum objecti A, videtur omnibus in locis b, c, d, e, f, ad quæ ex eo linea recta duci potest.*

COROLLARIUM.

18. Ergo quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaversum spargit (§. 3.).

DEFINITIO VI.

19. Oculus constat diversis Tunicis & Humoribus. Tunica extrema atque antica refert cornu pellucidum, unde etiam *Cornea* cognominatur. Huic conjuncta est postica valde firma, majorem oculi partem involvens *Sclerotica* dicta. Sub cornea est *Uvea*, variis coloribus, quos vulgus corneæ tribuit, distincta. Hæc in medio habet foramen rotundum, quod nominatur *Pupilla.* Uveæ annexa est *Choroides*, Scleroticæ contigua. Huic deni-

denique adjacet *Retina*, ex ſubtiliſſimis nervi optici fibrillis contexta, quæ à Choroide ſeparata in maſſam muſcoſam conglobatur, intra aquam autem agitata facile ut linteum expanditur. Poſticam, maximamve oculi cavitatem occupat *Humor Vitreus*, glutini amylato ſimilis: mediam ſub pupilla *Humor Cryſtallinus* tenet, inſtar lentis ex utraque parte convexæ: anticam intra humorem cryſtallinum & tunicam cornicam *Humor Aqueus* complet, qui tunica cornea perforata ſtatim effluit.

OBSERVATIO V.

20. *Si Humorem cryſtallinum candelæ accenſæ aut feneſtræ obvertas, & à tergo chartam teneas; dein chartam ſenſim ſenſimque ad eumdem admoveas; candela cum motu flammæ, aut feneſtra cum orbibus ſuis vitreis, ſubtiliſſime ſuper ea depingetur; ſed inverſo ſitu, ita ut flammæ cuſpis terram reſpiciat. Quod ſi candelam retrahas, imago in charta diſparebit, reditura ſi chartam propius admoveris, ſed minor priore. Idem fit, ſi*

Humori

Humori crystallino substituas vitrum politum convexum.

COROLLARIUM I.

21. Objecta, à quibus radii in oculum illabuntur, accuratissime ac subtilissime, sed situ inverso, pone humorem crystallinum delineantur.

COROLLARIUM II.

22. Imago major est, majorique intervallo post humorem crystallinum distat, si objectum est vicinum, quam si est remotius.

COROLLARIUM III.

23. Cum adeo objecta vicina videantur majora, remota vero minora; objectum magnum apparet, magna in oculo depicta imagine: parvum vero, parva imagine effecta. Proinde duo objecta, quorum imagines eandem in oculo magnitudinem habent, æqualia esse videntur.

COROLLARIUM IV.

24. Cum objecto moto, etiam imago in oculo locum mutet: objectum in motu videmus, loco imaginis in oculo mutato.

COROLLARIUM V.

25. Cum imago in oculo delineata, objecto ipso multo minor existat; fieri potest, ut vel ob hujus parvitatem, vel nimiam distantiam, indi-

individuum in oculo punctum occupet, adeoque objectum non amplius repræsentet. Ergo in neutro casu objectum videri potest.

COROLLARIUM VI.

26. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remotæ satis magnæ videri possunt; neque vicina neque remota prorsus distincte nudo oculo videmus: distinctius tamen vicina, quam remota. Nam distincte aliquid videmus, si partes omnes actu à se invicem distinctas discernimus.

COROLLARIUM VII.

27. Quia imago in retina exhibetur: huic Humor crystallinus propinquior sit necesse est, si objectum longe distans distincte vides, quam si objectum vicinum conspicis (§. 22).

COROLLARIUM VIII.

28. Ergo oculus eminus ac cominus distincte videns, Humorem crystallinum ita comparatum habet, ut distantiam à retina mutare valeat.

COROLLARIUM IX.

29. Objecta vicina minus distincte in retina depinguntur, si humor crystallinus ipsi nimis propinquus est. Ita ratio patet cur homines quidam cominus non satis distincte videant. Objecta remotiora minus distincte

repræſentantur in Retina, ſi Humor cryſtallinus nimis ab ea diſtat. Atque ita intelligitur cur homines quidam eminus cernere minus valeant.

SCHOLION.

30. *Omnes mutationes, quæ in oculo contingunt, in conclavi quoque obſcurato obſervari poſſunt; per vitrum politum ab una parte planum, ab altera convexum, vel ab utraque parte convexum, (quod humoris cryſtallini munere fungitur) immittendo lumen: in certa enim à vitro diſtantia, imagines omnium objectorum in id radiantium, ſitu inverſo quam diſtinctiſſime, ſuis nativis coloribus & motibus delineari obſervabis. Talis locus obſcuratus,* Camera obſcura *vocari ſolet. Si foramen piſi amplitudinem parum excedit, vitrum politum abeſſe poteſt. Quia enim tum ſinguli radii luminis, à diverſis ſuperficiei objecti punctis illapſi, in diverſa parietis puncta cadunt, & ſine permixtione in oculum reflectuntur; eadem adhuc virtute polleant neceſſe eſt, qua pollebant ante, punctum, nimirum, radians, à quo emanarunt, repræſentandi.*

OBSERVATIO VI.

31. *Si in ſpeculo ad feneſtram collocato magnitudinem pupillæ obſerves, manibus ad tempora applicatis, ut lumen à lateribus affluens ab oculo arceatur, eam am-*

ampliari, manibus vero remotis, denuo contrahi videbis.

COROLLARIUM I.

32. Crescente adeo lumine, pupilla contrahitur; decrescente ampliatur.

COROLLARIUM II.

33. Hinc minima est pupilla in luce meridiana, major vero in crepera.

THEOREMA I.

34. *Quodlibet illuminatum corpus opacum post tergum umbram facit, lumini à quo collustratur, adversam.*

DEMONSTRATIO.

Corpus enim opacum radiis transitum negat. Quare cum in linea recta progrediantur, (§. 6), radios ad certum spatium post tergum pervenire prohibet. Proinde à tergo corporis est umbra lumini adversa (§. 3). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Moto ergo corpore luminoso, umbra quoque locum mutat. Idem obtinet, corpore illuminato moto. In utroque adeo casu umbra moveri videtur.

COROLLARIUM II.

36. Quoniam nihil videtur sine lumine (§ 4); umbra vero defectus luminis (§. 3); ea tantummodo videtur quatenus corpus in umbra collocatum lumine à collateralibus corporibus reflexo adhuc collustratur, & quatenus confinia lucis & umbræ percipiuntur.

PROBLEMA I.

37. *Data altitudine corporis opaci*
Fig. 7. *TS, & altitudine solis supra horizontem SVT; invenire longitudinem umbræ TV.*

RESOLUTIO.

Cum in triangulo STV ad T rectangulo, detur angulus V utpote qui est mensura altitudinis solis, etiam tertius innotescet (§. 77. *Geom.*). Invenietur adeo longitudo umbræ TV (§. 20 *Trigon.*). Q. E. F & D.

Sit altitudo Solis SVT 37° 45′, TS 187 pedum

Log. Sin. V. 9.7869056
Log. TS. 2.2718416
Log. Sin. S. 9.8980060

12.1698476

Log. TV. . . . . 2.3829420, cui in Tabulis quam proxime respondent 2415″.

CO-

COROLLARIUM I.

38. Si altitudo TS unà cum longitudine umbræ detur, altitudinem solis TVS invenire licet (§. 26 *Trigon.*)

COROLLARIUM II.

39. Si umbra TZ brevior quam TV assumatur, angulus TZS duobus angulis ZVS & ZSV simul sumtis æqualis erit (§. 74 *Geom.*). Proinde umbra corporis opaci brevior erit, si sol (vel quodvis luminosum) altior, longior vero, si humilior fuerit.

PROBLEMA II.

40. *Data longitudine umbræ duorum corporum opacorum AB & BD, unà cum altitudine unius DE; invenire altitudinem alterius.* Fig: 5.

RESOLUTIO.

Si corpus DE ita stet pone corpus AC, ut utriusque umbra terminetur in B; erit ob angulos ad D & A rectos, recta DE ipsi AC parallela (§. 73 *Geom.*); consequenter ut umbra brevior DB ad altitudinem minorem DE, ita umbra longior AB, ad altitudinem majorem AC (§. 149 *Geom.*);

quæ proinde per regulam trium reperietur.

SCHOLION.

41. *Quoniam Sol à Terra adeo est remotus, ut integra Terræ latitudo respectu distantiæ ejus pro linea tantum haberi possit, quemadmodum in* Astronomia *demonstrabitur: angulus B idem manet, etiamsi D E non dicto loco pone corpus A C, sed quocunque alio loco staret.*

COROLLARIUM.

42. Quocirca si in campo, ubicunque libuerit, baculum DE defigas, ipsiusque altitudinem, itemque umbram metiaris; præterea longitudinem umbræ arboris, vel turris, vel alius altitudinis AB investiges; juxta Problema præsens altitudinem definies.

Sit DB 7′, DE 5′, AB 55′.

7——5——45
5
———
225

11
225 ($32\frac{1}{7}$ AC.
77

THEOREMA II.

43. *Si corpus opacum minus est luminoso, à quo illuminatur; umbra magis magisque contrahitur, quo longius recedit à corpore opaco. Si corpus opacum*

cum est majus, umbra continuo dilatatur. Si ambo corpora sunt ejusdem magnitudinis; umbra constanter erit ejusdem latitudinis.

DEMONSTRATIO.

Axis transit per medium corporis luminosi & illuminati, radiique extremi tangunt corpus luminosum pariter ac illuminatum. Jam si corpus luminosum majus est illuminato, radius extremus axi propior est in hoc quam in illo. Ergo umbræ latitudo magis magisque coarctatur, quo longius à corpore opaco recedit. *Quod erat primum.*

Contra si corpus luminosum minus est illuminato, radii extremi in luminoso, axi viciniores sunt, quam in opaco. Ergo umbra continuo fit latior, quo longius recedit à corpore opaco. *Quod erat secundum.*

Si utrumque corpus eandem magnitudinem habet, radii extremi, atque axis, lineas parallelas constituunt. Ergo umbra perpetuo eandem conser-

vat latitudinem (§. 22 *Geom.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA III.

44. *Si corpus luminosum & illuminatum sunt sphæræ ejusdem magnitudinis; umbra cylindrica existit. Si corpus luminosum est illuminato major sphæra; umbræ figura coniformis erit: sin autem minor, calathiformis.*

DEMONSTRATIO.

Radii extremi circumquaque corpus illuminatum tangunt. Idcirco, si corpus illuminatum est sphæra, basis umbræ erit circulus. Quare cum in casu primo umbra eandem conservet latitudinem, in altero magis magisque convergat, & in tertio continuo divergat: figura in casu primo fiat cylindrus (§. 179. *Geom.*) & in tertio calathus necesse est Q. E. D.

COROLLARIUM.

45. Si in omnibus tribus casibus umbra secetur plano basi parallelo; plana sectionum circuli sunt, & quidem in casu primo omnes inter se æquales; in altero vero tanto mino-

res,

res & in tertio tanto majores, quo à basi sunt remotiores (§. 181. 186 *Geom.*).

OBSERVATIO VII.

46. *Si radius luminis per foraminulum in conclave obscurum intromissus Prismate vitreo trigono excipiatur; in charta alba colores Iridis vivacissimi conspiciuntur, modo vitrum debito modo consstituatur. In quacunque à Prismate distantia radii excipiantur, iidem constanter apparebunt colores; imo pulvisculi in aëre natantes eodem colore resplendent, quo imbuti sunt radii ipsos collustrantes. Si speculo excipiantur colores, ad modum luminis reflectentur. Si per vitrum causticum transmittantur, etiam post refractionem tamdiu pone vitrum colores suos retinent, quamdiu satis inter se distant; verum prope focum & in foco ipso, nulli colores sed merum lumen observatur, charta illuc admota. Post focum radii rursus divergunt, & in colores mutantur ordine inverso conspicuos.*

COROLLARIUM I.

47. Lumen itaque in colores, & colores iterum in lumen transmutari possunt; illud quidem fit radios separando, hoc vero invicem permiscendo. Non autem semper prodeunt colores, radiis luminis qui per angustum spatium dispersi erant, per amplum diffusis.

SCHOLION.

Fig. 3. 48. *Iidem radii colorati prodeunt, si radius Solis L M oblique incidat in vitrum conicum aqua plenum H K I, &, si experimentum in conclavi obscuro instituatur, pariter nonnunquam gemina Iris. Vitrum conicum aqua plenum nunc attollendum, nunc deprimendum: vitrum vero prismaticum politum circa axem lente convertendum est, donec radii sub debito angulo incidant.*

COROLLARIUM II.

49. Corpora diversos itaque habent colores, quia radios luminis diversimode reflectunt.

THEOREMA IV.

50. *Idem objectum in longinquitate obscurius videtur, quam in propinquitate.*

D E-

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaversum spargit (§. 18): sed continuo magis divergunt, quo longius ab objecto recedunt (§. 9). Ergo plures radii in pupillam oculi propinqui, quam in longinquioris intrare possunt; adeoque objectum in propinquitate clarius, in longinquitate obscurius videtur. Q. E. D.

SCHOLION

51. *Quoniam objecta remota videntur minora (§. 23); in partibus suis magnis confusiora (§. 26) & insuper obscuriora quam vicina (§. 50); in eodem plano objecta varia, alia aliis remotiora exhiberi possunt. Et hoc fundamento, accedente umbra, quam opaca projiciunt, universa* Ars Pictoria *nititur, quippe quæ in plano objecta repræsentat, qualia in natura oculo apparent.*

THEOREMA V.

52. *Objecta quæ sub eodem vel æquali angulo videntur, æqualia apparent.*

Quic-

Quicquid ſub majori apparet, videtur majus; quicquid ſub minori, minus.

DEMONSTRATIO.

Fig. 5. Si duo vel plura objecta AC & DE, ſub eodem angulo ABC videntur, imago eandem in oculo magnitudinem habet. Pari modo intelligitur, imaginem objecti eſſe majorem, quod ſub majori angulo videtur: contra illius minorem, quod ſub minore videtur. In caſu itaque primo, objecta æqualia apparere debent; in altero vero, objectum prius majus, poſterius minus apparebit (§. 23). Q. E. D.

THEOREMA VI.

Fig. 5. 53. *Si duæ magnitudines inæquales DE & AC æquales videntur; eæ ſunt inter ſe ut diſtantiæ ipſorum ab oculo DB & AB.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta æqualia videntur, eorundem imagines eandem magnitudinem in oculo habent (§. 23); adeoque

que duo radii extimi AB & BC in oculo B eundem angulum formant. Jam cum anguli ad D & A sint recti, DE ipsi AC est parallela (§. 73 *Geom.*), & hinc DE : AC = DB : AB. (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

THEOREMA VII.

54. *Si imagines duorum objectorum in oculo contiguæ sunt, objecta contigua videntur.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta contigua sunt, eorundem quoque imagines in oculo contiguæ sunt: id quod methodo exposita (§. 20. 30), facile experiri poteris. Tum vero objecta quoque contigua videntur. Jam, si oculus eo modo quo ab objectis contiguis fit, afficitur, ea necessario contigua videri debent. Ergo si imagines duorum objectorum in oculo contigua sunt, objecta contigua videbuntur. Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

55. *Imagines duorum objectorum in oculo contiguæ sunt, quando radii ab aliis, ipsis interjacentibus in oculum illabi prohibentur. Hinc fit quod omnes stellæ æque distare à Terra videntur; quod quisquam eminus visus prope sylvam incedere videatur, cum tamen intervallo satis longo ab eadem absit; quod duæ turres ex uno eodemque templo assurgere videantur, cum tamen in diversis sint pagis, & id genus alia.*

THEOREMA VIII.

56. *Flamma candelæ vel facis accensæ, longinqua major videtur, quam propinqua.*

DEMONSTRATIO.

Si radium solarem per exiguum foramen in cameram obscuram intromittas, pulvisculos per aërem natantes, lumine collustrari, ac resplendere observabis. Nullum igitur est dubium, imo & ipsis oculis cernere licet, quod aër flammæ circumfusus resplendeat, Comminus splendor à flamma distingui potest. Cum vero splendor flammæ magis magis-

gisque debilitetur, quo longius ab illa recesseris (§. 9); necesse est ut eminus splendor aëris circumfusi cum splendore flammæ confundatur: unde flamma longinqua major videtur, quam propinqua. Q. E. D.

COROLLARIUM.

57. Quare, cum aër resplendens flammam undiquaque circumdet, inde fit quod eminus sphærica appareat; tametsi cominus pyramidis instar sit acuminata.

THEOREMA IX.

58. *Si magnitudo apparens spatii, per quod objectum intra tempus sensibile movetur, est insensibilis; motus sub visum non cadit, sed mobile quiescere videtur.*

DEMONSTRATIO.

Si motum objecti cernere debemus, requiritur ut imago in oculo locum mutet (§. 24). At si magnitudo apparens spatii, per quod objectum intra tempus sensibile fertur, est insensibilis, hoc est, vix quædam minuta prima, imo

mo secunda continet, imago in oculo locum non mutat (§. 25). Ergo in hoc casu motum percipere non possumus. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

59. Ideo objecta vicina, quæ tardissime, ut horologiorum indices, vel etiam valde remota, quæ velocissime moventur, ut cœli sidera, quiescere videntur.

COROLLARIUM II.

60. Motus objectorum longinquorum licet percipiatur, multo tardior tamen apparet, quam est (§. 25).

COROLLARIUM III.

61. Unde si duo objecta inæqualiter ab oculo remota æquali celeritate ferantur; illud quod remotius est, tardius moveri videtur.

COROLLARIUM IV.

62. Hinc objectum longinquius, tardare videtur: vicinius vero velocius progredi, ac revera fit.

SCHOLION.

63. *Esto oculus in O, objectum primum in V, alterum in T, & utrumque videbitur in S (§. 55). Si vero objectum V, ex V in u, objectum T, ex T in t progrediatur; V ex S in N, T autem ex S tantum in M progressum esse videbitur.* *Fig. 6.*

THEO-

THEOREMA X.

64. *Objectum V retrocedere videtur, si cum oculo O versus eandem quidem plagam, sed multo tardius progreditur.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Esto oculus in O, & objectum in V, & videbitur in S. Dum vero oculus ex O in P progreditur, objectum ex V in v perlatum, oculus retrospiciens in Q esse judicat. Videtur itaque objectum ex S in Q retrocessisse. Q. E. D.

THEOREMA XI.

65. *Si oculus respectu nostri corporis, & corpus nostrum respectu alius corporis mobilis, immota maneant, utrumque vero, una cum hoc, celeriter progrediatur; objecta utrinque quieta, nobis obviam venire videntur.*

DEMONSTRATIO.

Navigantibus littora & arbores in littore obviam venire videntur. Idem usu venit in curru velociter vectis. Hujus Phænomeni quæritur ratio.

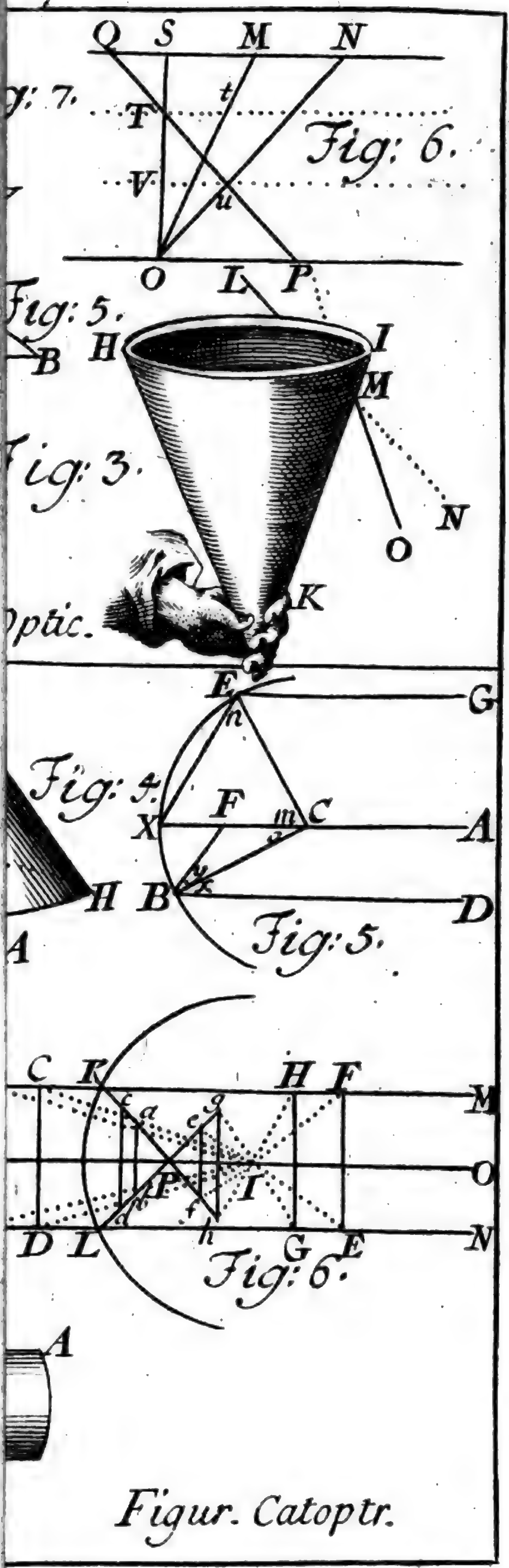
Dum in curru vel navi ſedentes cito provehimur, ſitus oculi reſpectu objectorum lateralium indeſinenter mutatur. Proinde locus imaginis in oculo in eodem loco manere non poteſt; & quia motus corporis eſt admodum celer, imago ab uno loco ad alterum celeriter progredi, vel verius imagines veteres cito evaneſcere, & novæ continuo ipſis ſuccedere debent. Unde objecta in oculo delineata, hoc eſt objecta immota ad latera poſita obviam venire & tranſire videntur (§. 24). Q. E. D.

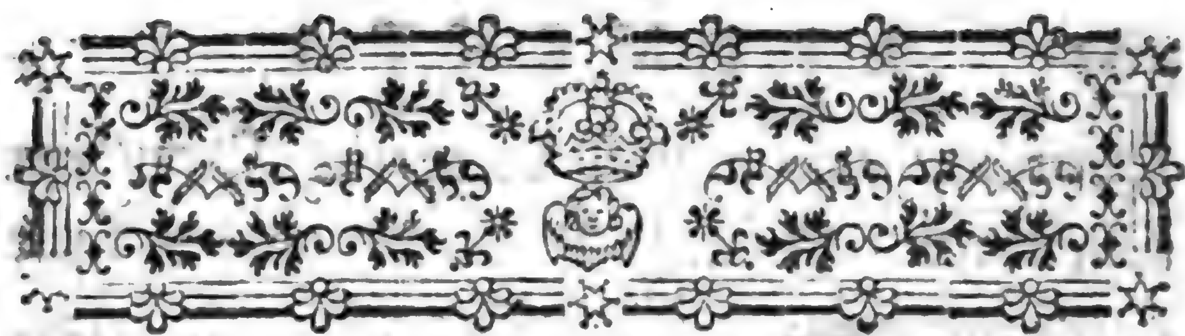
SCHOLION.

66. *Interdum etiam objectum immobile ex. gr. arbor, ſylvæ vicina, obvia procedere videtur venienti. Quia nihil inter ipſam arborem & ſylvam percipitur, arbor videtur ſylvæ contigua* (§. 55). *Si autem propius ventum fuerit, radii ab objectis intermediis in oculum illabuntur, earumque imagines in oculo depingunt, & quidem continuo plurium quo propior ſit arbor. Ergo imago arboris in oculo continuo longius ab imagine ſylvæ diſcedit, adeoque arbor obvia procedere videtur venienti* (§. 24).

OPTICÆ *FINIS.*

ELE-


Q S M N
Fig: 7.
T t
Fig: 6.
V u
O L P
Fig: 5.
H I
B
M
Fig: 3.
N
O
K
Optic.
E G
n
Fig: 4.
F
X m C A
H B D
Fig: 5.
A
C K H F
a g
c M
P I O
b f
D L h G E N
Fig: 6.
A
Figur. Catoptr.



ELEMENTA CATOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1. CATOPTRICA est Scientia visibilium, quatenus ope speculorum videntur.

DEFINITIO II.

2. Per *Speculum* intelligimus quamvis superficiem, cujus antica facies polita est, postica vero nigro, luminique impervio fundo gaudet.

DEFINITIO III.

3. *Superficies speculi, vel plana est vel concava, vel convexa*, In casu primo est *Speculum planum*. In secundo

Speculum convexum. In tertio *Speculum concavum.* Specula secundi generis sunt communiter vel sphærica; vel cylindrica, vel conica.

PROBLEMA I.

4. *Tabulam vitream polire.*

RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea, gypso agglutinetur tabulæ ligneæ immobili, margine nonnihil elevato, circumdatæ.

2. Tabulæ ligneæ minori agglutinetur similiter tabula vitrea alia minor. In parte postica ligneæ affixa sit cista, ut tabula lapidibus onerari possit.

Tabula inferior, arena per cribrum succreta, quo grana satis æqualia fiant, & aqua conspergatur.

4. Tabula vitrea minor, super majore fricetur, donec una alteram complanaverit. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur subtilior: denique tabulæ sine arena, aqua tantum affusa, cum pulvere smyridis contriti crassiori con-

confricentur, donec omnino complanatæ fuerint, & aliqualis splendor appareat.

5. Quando ad polituram aptæ, super disco ferreo margines arena lævigentur.

Tandem tabula lignea, cui vitrea agglutinata, ad mensam firmetur, & parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, corio obducatur, coriumque terra Tripolitana vel stanno usto inducatur, hocque fricetur tabula vitrea, donec debitam politiem nacta fuerit.

PROBLEMA II.

5. *Specula plana vitrea conficere.*

RESOLUTIO.

1. Super tabula lignea expandatur charta bibula, & pulvere cretaceo conspergatur. Quo facto, bractea stanni Anglicani, super charta exactissime expandatur, quo nusquam rugæ remaneant.

2. Affundatur mercurius, gossy-

pio per bracteam æqualiter distribuendus, quo bractea ubique corrodatur.

3. Bracteæ imponatur charta munda, & huic rursus tabula vitrea linteo mundo abstersa.

4. Manu sinistra tabula vitrea apprimatur, & dextra charta lente extrahatur. Quo facto, tabula, charta subtiliori & deinde crassiori tecta, pondere oneretur. Quo

5. Superfluus mercurius defluat, & stannum speculo firmius adhæreat: ubi exsiccatum fuerit, pondus removeatur & factum est quod petebatur.

OBSERVATIO I.

6. *Si ad speculum, sive planum, sive concavum, sive convexum, erigatur stylus ad angulos rectos; imagini suæ in speculo apparenti, in directum jacebit.*

COROLLARIUM I.

7. In speculo, quodlibet objecti punctum videtur in recta, quæ ab eo ad speculum perpendiculariter ducitur.

CO-

COROLLARIUM II.

8. Videtur quoque per radium reflexum retrorſum prolongatum: adeoque eo in loco, ubi radius dictam perpendicularem interſecat.

THEOREMA I.

9. *Imago objecti A tanto intervallo poſt ſpeculum planum in F apparet, quanto ipſum objectum ante ſpeculum diſtat.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur A F ad ſpeculum D E perpendicularis. Demonſtrandum eſt (§. 8.) eſſe A G = F G. Anguli ad G ſunt recti, & quia $o = x$ (§. 12. *Optic.*), & $y = x$ (§. 40. *Geom.*) erit quoque $y = o$ (§. 22 *Arithm.*). Hinc F G = A G (§. 50. *Geom.*) Q. E. D.

Tab. Catop. *Fig.* 1.

COROLLARIUM I.

10. Hinc imago in ſpeculo plano objecto ſimilis & æqualis apparere debet.

COROLLARIUM II.

11. Si ergo ſpeculum D E fuerit horizontaliter collocatum, punctum A tanto intervallo infra ſpeculum demerſum videbitur, quanto ſupra ipſum exſtat. Erecta igitur, ſitu inverſo in eodem apparent. Idem accidit, ſpe-

ſpeculo ad laquear conclavis horizontaliter applicato.

COROLLARIUM II.

12. Si tergum in ſpeculum convertas, atque huic aliud ſpeculum ita obvertas, ut radii à tuo tergo incidentes, & à primo ſpeculo reflexi ab illo excipiantur, & in oculum reflectantur; faciem & tergum in hoc ſecundo ſpeculo unà videbis.

PROBLEMA III.

13. *Speculum vitreum ſphæricum conficere.*

RESOLUTIO.

1. Stanni pars una, & Marchaſitæ itidem pars una, liquefiant in catino mundo, & maſſæ liquefactæ addantur mercurii partes duæ.

2. Quamprimum mercurius in fumum abire incipit, materia liquefacta in aquam fontanam præcipitetur: & frigefacta, aqua decantetur.

3. Tum máſſa per linteum mundum duplicatum urgeatur, &

4. Quod hac ratione à reliqua ſecerni-

nitur in ſphæræ vitreæ cavitatem infundatur.

5. Sphæra denique circa axem ſuum lente vertatur, ſic materia ubique ſphæræ adhærebit. Reliquum effundatur, & in futuros uſus ſervetur.

SCHOLION.

14. *Quod ſi ſphæras virides, rubras, flavas, vel alius coloris accipias; prodibunt quoque ſpecula, quæ objecta viridia, rubra, flava, vel alius coloris repræſentabunt.*

THEOREMA II.

15, *In ſpeculo ſphærico E B G, quodlibet objecti punctum A inter centrum C, & ſuperficiem ſphæræ videtur.*

DEMONSTRATIO.

Ex puncto A ad ſpeculum ſphæricum ducta perpendicularis A H, per centrum ſphæræ C tranſit (§. 40. *Mech.*). Ducatur recta I K circulum E B G tangens in puncto incidentiæ B, cum qua radius C B efficit angulum rectum (§. 40. *Mech.*): quoniam vero angulus incidentiæ A B I acutus, eſt radius refle- *Fig. 2.*

xus D B efficit quoque cum B K angulum acutum (§. 12. *Optic.*). Jam cum angulus verticalis F B I ei æqualis sit, (§. 40. *Geom.*), radius reflexus B D, ultra punctum B prolongatus, inter latera trianguli rectanguli C B I cadit, & tandem lateri ejus maximo C I in F occurrit. Proinde punctum A intra centrum C, & superficiem E H B G videtur. (§. 8.) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

16. Quamobrem recta A H, quantumvis magna, recta H F major non apparet (§. 8); adeoque imago in speculo multo minor objecto est: multo minor quoque semidiametro C H.

COROLLARIUM II.

17. Quod si radio B O, ex centro O, describatur circulus, rectam A C intersecans in L; evidens est imaginem F L rectæ H A, in speculo minori B L minorem esse, quam in majori B H.

THEOREMA III.

Fig. 3. 18. *In speculo cylindrico verticaliter erecto A B, objecta apparent admodum*

dum

ctum longa, sed gracilia. Quod si vero horizontaliter collocetur, objectum in eo apparet latum, sed admodum curtum.

DEMONSTRATIO.

Deorsum juxta longitudinem AD, super speculi cylindrici superficie lineas rectas ducere licet; adeoque juxta longitudinem speculum planum repræsentat. Juxta latitudinem vero omnes peripheriæ sunt circulares (§. 181 *Geom.*); hinc juxta latitudinem speculum sphæricum repræsentat. Jam, cum specula plana objecta non immutent (§. 10.), sphærica vero ea minuant, (§. 16.): objecta in speculo cylindrico longa, sed admodum gracilia videri debent. *Quod erat primum.*

Eodem modo demonstratur, objecta in casu altero debere curta, sed lata apparere. *Quod erat alterum.*

THEOREMA IV.

19. *In speculo conico GFH verticaliter erecto objecta apparent longa, sed simul* Fig. 4.

simul angusta, inferne latiora, subtus acuminata. Quod si axis coni cum horizonte fuerit parallela, vel cum eo efficiat angulum acutum, admodum curta, & in uno latere multo contractiora quam in altero.

DEMONSTRATIO.

Juxta longitudinem omnes lineæ in superficie coni ductæ sunt rectæ; juxta latitudinem vero sunt totidem peripheriæ circulorum à basi GH, versus verticem F, continuo decrescentium (§. 186 *Geom.*). Ergo speculum conicum juxta longitudinem habet proprietatem speculi plani, juxta latitudinem vero diversorum speculorum sphæricorum. Quoniam vero specula plana magnitudines non immutant (§. 10.), sphærica vero eas eo magis coarctant, quo minor eorum diameter fuerit (§. 17.); in speculo erecto GFH objecta longa, angusta, prope basin lata, sed verticem versus continuo gracilescentia videri debent.

PRO-

PROBLEMA IV.

28. *Speculum vitreum concavum conficere.*

RESOLUTIO.

Capiatur vitrum in altera superficie plane, in altera convexe politum, & superficies convexa obducatur; & habebitur speculum concavum.

SCHOLION.

21. *Funduntur etiam ex 8 partibus cupri, stanni Anglicani una, Marchasitæ quinque, & in parte lucida poliuntur. Hæc specula vocari solent* Chalybea.

THEOREMA V.

22. *Si radius B D, in speculum axi A X parallelus incidit, & ab illa minus quam 60 gradus abfuerit; post reflexionem in B cum axe in F, concurret, ad distantiam X F, quarta diametri parte minorem.* Fig. 5.

DEMONSTRATIO.

Quoniam semidiameter B C ad speculum perpendicularis (§. 40. *Mech.*); erit $x = y$. Nam y efficit cum angulo re-

reflexionis, & x cum angulo incidentiæ 90° (§. 12. *Optic.*, & §. 25. *Arithm.*). Jam cum B D & A X sint parallelæ, erit $o = x$ (§. 72. *Geom.*), consequenter quoque $o = y$ (§. 22. *Arithm.*) ergo FC = FB (§. 81. *Geom.*). Sed CX = BC (§. 27. *Geom.*), BF + FC vero, major est quam BC (§. 26. *Geom.*) consequenter quoque major quam C X; adeoque F C major quam FX. Itaque F X dimidio radio, vel quarta diametri parte minor Q. E. D.

COROLLARIUM I.

23. Quoniam $m = n$: ut ex demonstratione Theorematis præsentis liquet; erit $n = 60°$, existente arcu E X 60° (§. 16. *Geom.*). Ergo radius reflexus EX radio CX æqualis (§. 82. *Geom.*), & radius reflexus rursus incidit in speculum in X.

COROLLARIUM II.

27. Cum radii solares sint ad sensum paralleli; radii per totam speculi superficiem dispersi in angustum admodum spatium in E coarctantur. Quoniam vero hoc modo virtus eorum augetur, mirum non est, radios antea tantum calefacientes, nunc accen-

cendere; immo si speculum majus fuerit, corpora duriora ut lapides & metalla liquefieri

SCHOLION I.

25. *Specula concava sphærica hinc* Caustica *sive* Ultoria *appellari solent. Apud veteres celebrantur specula* Archimedis, *quibus naves Romanorum incendisse fertur. Nostro ævo nemo majora specula caustica unquam paravit* Dn. de Tschirnhausen, *quibus momento fere plumbum liquefecit, ferrum candefecit, imo spatio 5 minutorum, cuprum, & argentum in fluorem reduxit, tegulas, testas fictiles, ossa & alias materias in vitrum convertit. Latitudo autem speculi ustorii arcum* 18 *graduum superare vix debet.* (§. 22.).

COROLLARIUM III.

26. Quia superficies speculi, quod majoris sphæræ segmentum est, plures radios excipit, & in focum reflectit, quam quod minoris est; specula majora fortius urunt minoribus.

COROLLARIUM IV.

27. Quia quarta pars diametri majoris, major est quam eadem pars diametri minoris; speculum causticum majus, ad majorem distantiam virtutem suam exerit, quam minus (§. 22.).

COROL-

COROLLARIUM V.

28. Cum radii ideo urant, quod multi per reflexionem in angustum spatium coguntur (§. 22.); mirum sane non est, specula ex ligno duriori, vel gypso deaurato & polito, vel etiam stramine obducto, parari posse.

COROLLARIUM VI.

Fig. 5. 29, Quod si lumen in foco F constituatur, radii omnes post reflexionem, tum cum axe, tum inter se paralleli erunt. Est enim tum F B radius incidens & hinc B D reflexus (§. 12. *Optic.*)

COROLLARIUM VII.

30. Quod si ergo radii parallele reflexi, alio speculo denuo excipiantur, hi eodem modo urent.

COROLLARIUM VIII.

31. Si radii sunt paralleli, vis luminis non immutatur. Proinde locus satis longinquus ex. gr. tabula horaria cum indice ad turrim, per fenestram clare illustrari potest, lumen vel lampadem in focum speculi concavi constituendo.

SCHOLION. II.

32. *Attamen hoc modo lumen per plura milliaria sine decremento projici nequit, nam per resistentiam aëris continuo debilitatur.*

THEO-

THEOREMA VI.

33. *Si objectum in foco speculi concavi fuerit collocatum, objectum in eo videri nequit.*

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum videtur in concursu radii reflexi, cum recta ad speculum perpendiculariter ducta (§. 8.), hoc est, in casu præsente, cum axe speculi, quoniam in ea est focus, in quo objectum collocatum est (§. 22.). Jam si objectum in foco constituitur, radii post reflexionem sunt paralleli, (§. 22.), & cum ea nuspiam concurrunt (§. 22. *Geom.*). Ergo in speculo objectum videri nequit. Q. E. D.

THEOREMA VII.

34. *Si objectum a b inter focum P & speculum concavum fuerit constitutum; imago A B post speculum apparet ampliata, & situ erecto, & quidem tanto major, quanto objectum foco propius.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Si VO axis speculi concavi, AM & NB ei parallelæ, & in P focus; erunt *a*K & *b*L radii extremi incidentes, & KM & LN reflexi. Quoniam vero recta ex A, ad speculum perpendiculariter ducta, per centrum speculi transit; punctum *a* in A & *b* in B (§. 8.), consequenter imago AB post speculum situ erecto & major quam *ab* videtur. Quoniam vero eodem modo liquet, quod CD sit imago ipsius *cd*, *cd* vero major sit quam *ab*, & CD = AB; porro evidens est, imaginem ipsius *cd* propiorem post speculum, & minus ampliatam apparere. Q. E. D.

THEOREMA VIII.

Fig. 6. 35. *Si objectum est à speculo fuerit remotius, quam focus P; imago ejus situ inverso, in aëre pendula apparet, tanto quidem speculo propior, & minor, quanto à foco objectum remotius.*

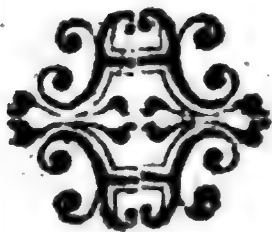
DE-

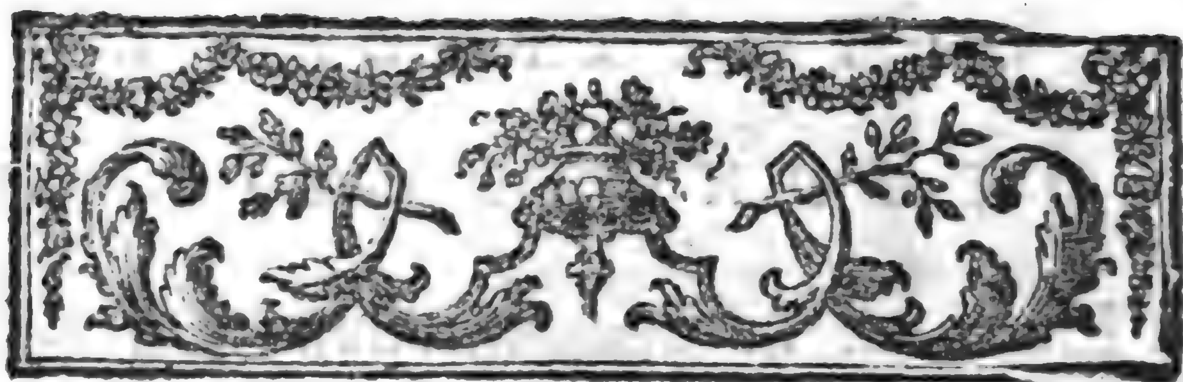
DEMONSTRATIO.

Liquet ut in demonſtratione præcedente, quod EF ſit imago ipſius *ef*, & HG imago ipſius *gh*; conſequenter quod imagines objectorum *ef* & *gh* in libero aëre videantur, & quidem ſpeculo tanto propiores & minores, quo remotiora objecta à ſpeculo ſunt. Q. E. D. *Fig. 6.*

CATOPTRICÆ.

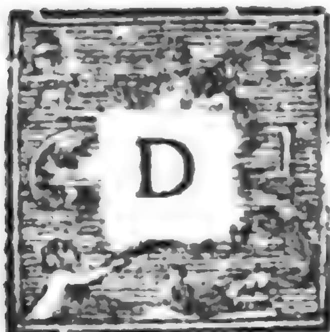
FINIS.





ELEMENTA DIOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1.  IOPTRICA est Scientia visibilium, quatenus per radios refractos videntur.

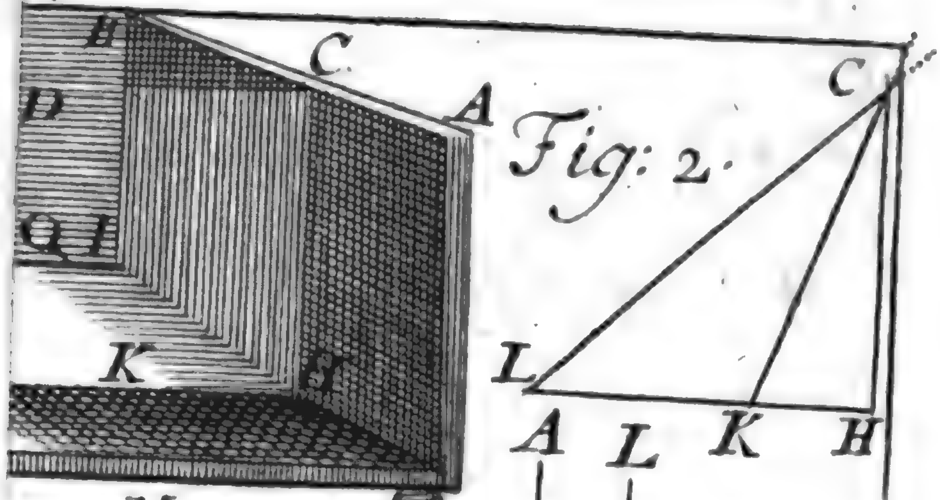
PROBLEMA I.

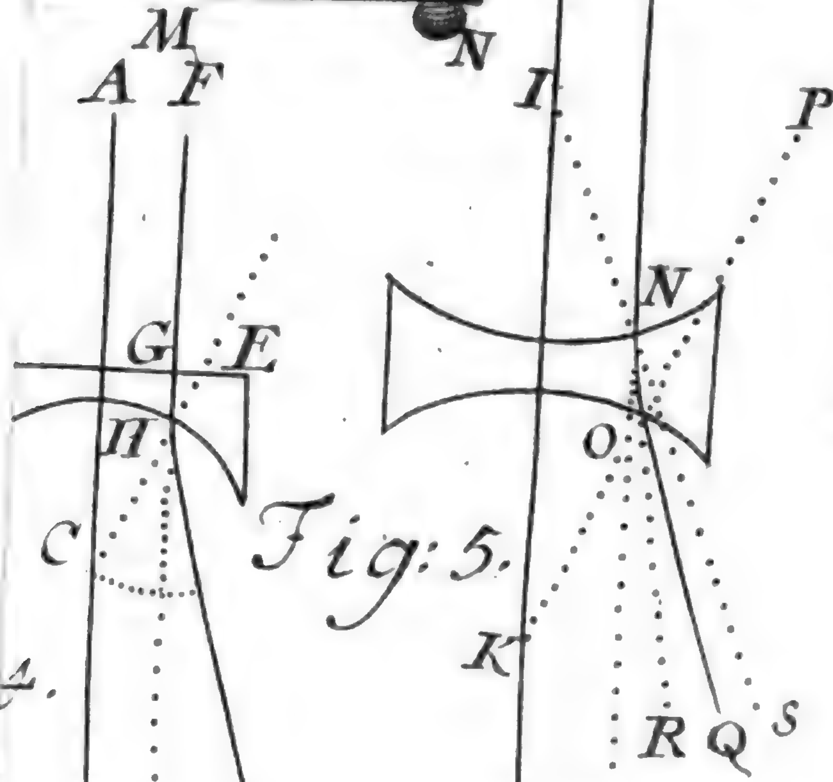
2. *Legem refractionis, quam radii ex aëre in vitrum, atque ex vitro in aërem transeuntes subeunt, per experimenta definire.*

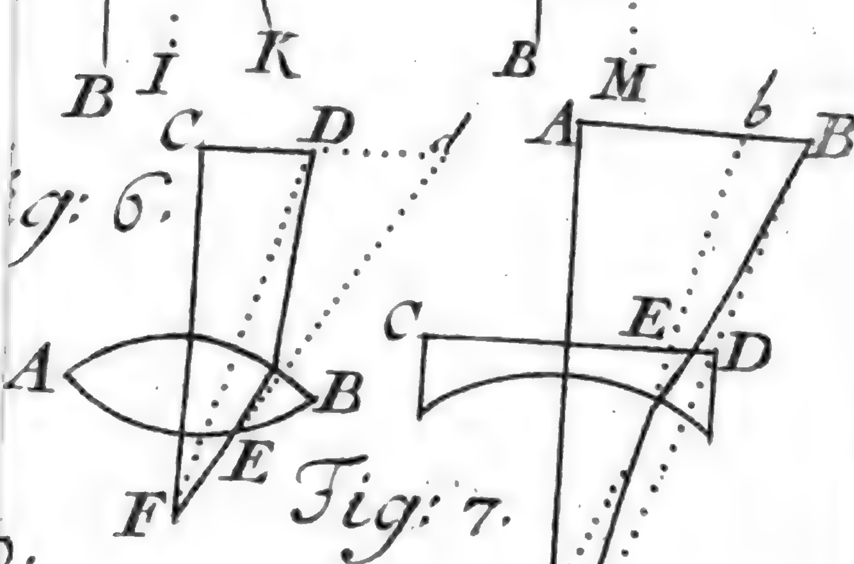
RESOLUTIO.

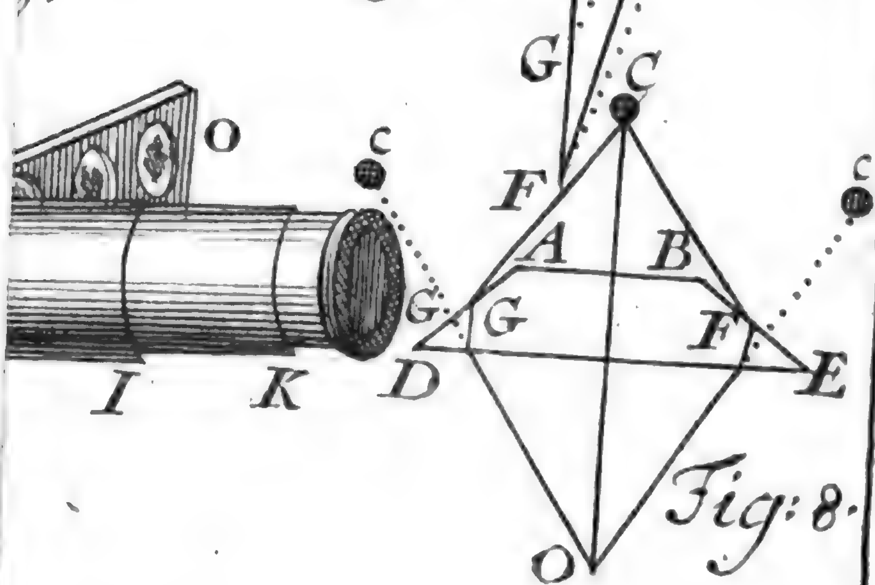
TAB. Dioptr. *Fig.* 1. 1. Paretur juxta exemplum *Kepleri* (*in Dioptr. lib.* 1. *prop.* 3.) cubus vitreus bene politus & æquatus BCDEGFHI.

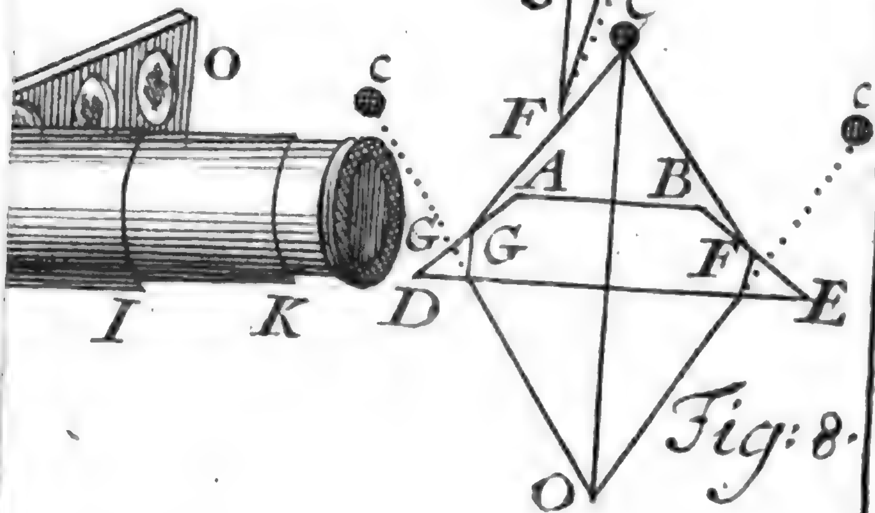
2. Jun-


B
C
A
D
Q I
K
Fig: 2.
C
L
K
H


M
N
A F
A L
I
P
G E
N
H
O
C
Fig: 5.
K
R Q S
B I K
B M


C D d
A b B
Fig: 6.
C E D
A B
E
F
Fig: 7.


G
C
O
c
c
F
A B
G G F
D E
I K D
Fig: 8.
O



2. Jungantur ad angulos rectos duo asserculi ABIN & NIPO, ita ut altitudo AN altitudinem cubi CH æquet, sed latitudo IN ipsius latitudinem aliquantum excedat.

3. Ponatur cubus juxta asserculum erectum BINA, ac soli obvertatur.

Quo facto, observari poterit, umbram extra cubum in ML terminari, intra illum autem in KQ.

4. Cum CL sit radius incidens, & CK refractus; erit utique HCL angulus inclinationis, HCK angulus refractus, & KCL angulus refractionis (§. *Optic.*). Datis itaque in triangulis CHK & CHL, lateribus CH, HK, & HL, quia accurate mensurari possunt; anguli HCK & HCL inveniuntur (§. 26. *Trigon.*), & subtrahendo, angulum HCK à HCL, angulus KCL relinquitur. Q. E. F. & D. *Fig.* 2.

COROLLARIUM I.

3. Radius CL; dum ex aëre in vitrum transit, versus perpendiculum CH in CK refringitur, ita quidem, ut sinus anguli incli- *Fig.* 2.

 cli-

clinationis H C L ad ſinum refracti HCK ſe habeat ut 3 ad 2, & ad perpendiculum fere triente anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor exſtiterit, refringatur.

COROLLARIUM II.

Fig. 2. 4. Contra radius CK, dum ex vitro in aërem migrat, refringitur à perpendiculo CH in CL, ita quidem ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti ſe habeat, ut 2 ad 3; & à perpendiculo fere dimidio anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor fuerit, refringatur. In utroque caſu radius perpendicularis irrefractus tranſit.

DEFINITIO II.

5. *Lens convexa* eſt; cujus utraque, vel altera tantum ſuperficies, eſt pars ſuperficiei ſphæricæ, altera autem plana.

SCHOLION.

6. Hinc lentem trium pedum dicimus, cum ſuperficies ſphærica, cujus pars ſuperficies lentis eſt; in diametro tres pedes habet.

DEFINITIO III.

7. *Lens concava* dicitur, cujus utraque vel altera tantum ſuperficies, eſt

pars

pars ſuperficiei internæ ſphæræ concavæ, alteraque plana.

SCHOLION.

8. *Lens concava etiam trium pedum dicitur, ſi ſphæra, cujus internæ ſuperficiei concavitas congruit, in diametro tres pedes habet.*

PROBLEMA II.

9. *Viam radii per lentem tranſeuntis, in charta delineare.*

RESOLUTIO.

1. Radiis datis deſcribantur arcus concavitatum & convexitatum, ſive ducantur lineæ rectæ, ſi lentes ſunt planæ, ut craſſities lentis prodeat.

2. Ducatur radius ad lentem eo modo, quo incidere debet.

3. Per punctum incidentiæ ducatur linea recta, ad lentem perpendicularis, ut habeatur angulus inclinationis. Hic

4. Dividatur trifariam: quo facto, radius duci poterit, ut in ingreſſu refringitur (§. 3.).

 5. Pari

5. Pari modo quæratur angulus inclinationis in egressu, &

6. Dividatur bifariam: quo facto radium ducere licet, ut in egressu refringitur (§. 4.).

Ex. gr. Esto Lens altera parte convexa, altera plana, & convexa ab objecto aversa; in planam incidant radii axi paralleli.

Fig. 3. Ducatur recta A B, & in eam demittatur perpendicularis I F; ex C radio lentis C K describatur arcus A K B: prodibit crassities lentis. Quoniam radius D E ad rectam A B perpendicularis est, transibit usque ad E irrefractus (§. 4.). Ducatur ex centro C recta C G per E, erit G E H, angulus inclinationis (§. 16. *Optic.*). Hic dividatur bifariam, fiatque H E F $=\frac{1}{2}$ G E H; erit E F radius refractus (§.4).

SHOLION I.

10. *Si delineatio exacte perficitur, deprehendetur (1), vitro existente plano, radium refractum post vitrum incidenti parallelum fore; (2). Radium, si axi parallelus in lentem plano-convexam incidat, cum eodem axe post lentem in distantia diametri conjunctum iri; (3). Ast in distantia semidiametri, cum lens utrinque æqualiter convexo convexa (4) & in distantia quartæ partis diametri, cum vitrum, sphæra integra fuerit.*

SCHO-

SCHOLION II.

11. *Cum itaque lentes convexæ, radios solares in angustum spatium cogant, & hinc eorum calorem augeant, mirum non est, quod incendant, quin imo, si sunt majores, ut lentes Dn: à* Tschirnhausen, *omnia liquefaciant, atque vel in vitrum vel in calcem vertant. Eaque de causa lentes convexæ,* VITRA CAUSTICA *seu* USTORIA *nuncupantur.*

THEOREMA I.

12. *Ex quocunque puncto in lentem vel plano-convexam, vel convexo-convexam radii lucis incidant; omnes rursus post lentem in uno puncto unientur, quanquam divergentes radii aliquanto remotius post lentem, quam paralleli: & quidem tanto propius, aut remotius, quanto objecta magis vel minus à lente distant.*

DEMONSTRATIO.

Objecta in camera obscura post lentem apparent (§. 20. *Optic.*): opportet igitur ut à pariete, in qua pinguntur, eodem modo reflectantur, quo ab ipso objecto effluunt (§. 30. *Optic.*)

Quod fieri haud poteſt, niſi radii ex uno puncto emanantes in uno rurſus uniantur. Proinde clarum eſt, radios lucis ex uno puncto in vitrum ſphæricum incidentes, per refractionem in alio puncto rurſus uniri. *Quod erat primum.*

Imago vero longius à lente quam focus diſtat, & quidem magis minuſve, prout objectum magis minuſve vicinum eſt (§. 22. *Optic.*). Quare cum radii in foco imaginis concurrant, atque à puncto objecti non nimis remoti emanantes divergant; uniuntur demum poſt focum, & quidem tanto remotius poſt ipſum, quanto objectum magis vel minus à lente diſtat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

13. Cum itaque radii paralleli, ſi in lentem plano convexam incidunt, in diſtantia diametri, ſuperficiei convexæ conjungantur (§. 10.); radii divergentes in hoc caſu in puncto concurrant neceſſe eſt, cujus diſtantia diametrum ſuperficiei convexæ ſuperat.

rat. Eodem modo patet, locum imaginis remotiorem fore semidiametro superficiei convexæ, si lens utrinque est convexa; post sphæram autem imaginem fore remotiorem quarta diametri parte (§. 10.).

THEOREMA II.

14. *Radius lucis in lentem vel plano-concavam vel concavo-concavam incidens, post refractionem ab axe divergit, & quidem tanto magis, quanto longius progreditur.*

DEMONSTRATIO.

Incidat radius F G axi parallelus: quia perpendiculariter in superficiem planam incidit, absque refractione in lentem usque ad H penetrat. Sed per H egrediens à perpendiculo C E ex H I in H K refringitur (§. 4.). *Quod erat primum.* Fig. 4.

Si autem lens utrinque concava est, radius L N ingrediens in N versus perpendiculum I S (§. 3.), & egrediens in O à perpendiculo K P (§. 4.) ac ita ex O R in O Q denuo ab axe A B refringitur. Ergo tanto magis ab illa diver- Fig. 5.

verget, quanto longius progreditur. *Quod erat alterum.*

Eodem modo ostendi potest, radios post refractionem in aliis quoque casibus divergere debere.

COROLLARIUM

15. Quamobrem lumen solare per refractionem in lentibus concavis debilitatur; adeoque neque ad urendum aptæ sunt, neque ad imagines in cameris obscuris repræsentandas, ut lentes convexæ (§. 20. 30. *Optic.*).

SCHOLION.

16. *Hoc experientia quoque docet; si enim radii solis lente concava excipiantur, circulus lucidus pone lentem tanto major erit, quo longius pone eam in chartam albam inciderint. Et observari poterit, quod lentes concavæ eo magis radios dispergant, quo minor earum diameter.*

THEOREMA III.

17. *Oculo inter lentem convexam AB*
Fig. 6. *& focum F, sive in foco F constituto; objecta situ erecto, sed ampliata videbit.*

DEMONSTRATIO.

Etenim posito oculo inter lentem AB

AB & locum imaginis F, punctum C in linea FC conſpicitur, quia radius F irrefractus tranſit tanquam axis in utramque ſuperficiem convexam perpendiculariter incidens (§. 4.). Punctum D per radium refractum FE videtur trans lentem in *d* F; cum aliàs CD remota lente ſub angulo CFD videretur.

Cum itaque angulus CF *d* angulo CFD major ſit, objecta per lentem majora videri debent quam nudis oculis cernuntur (§. 52. *Optic.*) Imo cum radius à puncto D emanans ad dextram in oculum incidat, perinde ac lente remota objectum recto ſitu, non inverſo apparere debet. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

18. Quo propius punctum F apud lentem eſt, tanto major evadit angulus CF *d*, tantoque major apparet trans lentem CD. Quare, cum decreſcente ſemidiametro ſuperficiei convexæ, continuo decreſcat puncti F diſtantia à lente, lentes convexæ eo magis diametrum objecti amplificant, quo minorum ſphærarum ſegmenta ſunt.

CO-

COROLLARIUM II.

19. Ad Microſcopia igitur adhibentur minimæ ſphærulæ vitreæ, quæ haberi poſſunt, imo tam exiguæ, ut magnitudinem milii vix æquent.

THEOREMA IV.

20. *Per lentem concavam objecta ſitu erecto apparent, ſed imminuta.*

DEMONSTRATIO.

Fig. 7. Eſto oculus in F, videatque lente remota objectum AB, ſub angulo AFB. Quoniam in lente concava radii per refractionem diſperguntur (§. 14.), non radius BD, ſed alius BE, per quem punctum B in G remota lente conſpiceretur, ad F pertingit. Ex F igitur punctum B in *b* apparet. Quare cum punctum A per radium directum AF in A videatur, objectum AB ſub angulo AF*b*, in oculum incurrit, qui cum angulo AFB minor ſit; neceſſe eſt, ut objectum per lentem imminutum appareat (§. 52. *Optic.*) *Quod erat primum.*

Quia

Quia vero radii per lentem concavam refracti, nullam imaginem effingunt (§. 15.); rem ipsam trans lentem oculus intuetur, consequenter situ erecto. Q. E. D.

SCHOLION.

21. *Quo minoris globi igitur, cavitas lentis est, eo magis species objecti minuitur. Et jucundum est, altero oculo aperto, altero objectum per ejusmodi lentem intueri; bis enim quodvis objectum semel magnum, semel parvum apparet; ex. gr. juxta virum parvus puer apparet, viro in omnibus similis.*

DEFINITIO IV.

22. *Telescopium* seu *Tubus* est instrumentum opticum, quo ope lentium, remota tanquam vicina distincte videri possunt.

DEFINITIO V.

23. Lens objecto obversa nomen *Objectivæ* habet; reliquæ omnes oculo viciniores *lentes oculares* vocantur.

PROBLEMA V.

24. *Telescopium* Galilæanum *seu* Hollandicum *construere*.

R E-

RESOLUTIO.

1. Cylindro ligneo, cujus diameter latitudinem lentis objectivæ fere adæquat, charta nigra circumducatur, & conglutinetur: huic ſuper agglutinetur alia, donec prodeat fiſtula ſatis firma, quæ tandem charta Turcica obducatur. Fiſtula una exſiccata, eodem artificio ſuper hac paretur ſecunda, ſuper ſecunda, tertia &c. donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ. Fiſtulæ ex laminis quoque parari poterunt, aliis ſuper alias afferruminatis; vel loco chartæ mediæ, nigræ ſuperglutinatæ adhiberi poterunt, ſegmina, à lignis dedolando reſciſſa, locoque chartæ Turcicæ, charta pergamena veſtiri.

2. Fiſtulis, juxta primum & ſecundum artificium conſtructis, annuli lignei tornati ſingularum extremis exterioribus aptentur, quo fiſtulæ anguſtiores nunquam totæ in ampliores ingrediantur, & tædium afferant extracturo.

3. Una

3. Una tubi extremitate, inſeratur cochleæ fæminæ ibidem agglutinatæ lens objectiva, annulo ligneo incluſa: quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum, ſive plano-convexum, ſive utrinque convexum, hincque imaginem longe poſt ſe rejiciciens (§. 10.).

4. Altera tubi extremitate inſeratur eodem modo lens ocularis, planoconcava, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum.

Quod ſi tubus ita diducatur, ut lens ocularis, ante imaginem lentis objectivæ in diſtantia puncti diſperſionis collocetur, remota objecta, & vicina & ampliata videbuntur.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio completa invenitur in *Elementis meis Diopt.* (§. 340); difficilior autem eſt, quam ut à Tyronibus concipi queat, quia in antecedentibus principia neceſſaria demonſtrari non potuerunt.

SCHO-

SCHOLION I.

25. Hevelius (*in Prolegom. Selenogr.* c. 2. f. 12.) *commendat ſequentes proportiones.*

DIAMETER.	
Lentis objectivæ utrinque convexæ	*Lentis ocularis utrinque concavæ*
4 *pedum*	$4\frac{1}{2}$ *digit.*
5	$5\frac{1}{2}$
8	$5\frac{1}{2}$
10	$5\frac{1}{2}$
12	$5\frac{1}{2}$

SCHOLION.

26. *Quamvis per ejuſmodi Teleſcopia objecta ſitu erecto, diſtincta & ampliata videntur, quia tamen nimis anguſtum campum uno obtutu in-*

intuendum exhibent, in usum observationum cælestium alia constructa fuere.

PROBLEMA IV.

27. *Tubum Astromonicum construere.*

RESOLUTIO.

1. Construatur tubus ductitius, ut in *Problemate præcedente* (§. 24.) factum. Cui

2. Inseratur lens objectiva convexa, sive plano-convexa, sive utrinque convexa, modo sit majoris sphæræ segmentum.

3. In altera extremitate, inseratur lens ocularis utrinque convexa, quæ sit minoris sphæræ segmentum.

Quod si tubus ita diducatur, ut lentium foci confundantur, objectum situ inverso ampliatum, & distinctum videbitur.

SCHOLION.

28. *Nonnulli lentem ocularem geminant: ast cum vitrum non omnes radios transmittat,*

ſed haud paucos reflectat, plures lentes imaginem obſcuram reddunt.

SCHOLION II.

29. *Quasdam bonas proportiones exhibet tabella ſequens, in cujus prima columna diameter lentis objectivæ, in altera diameter lentis ocularis reperitur.*

Pedes.	*Digiti.*
$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
10	$4\frac{1}{2}$
12	3
30	$3\frac{3}{10}$

PROBLEMA V.

30. *Teleſcopium, quod objecta ſitu erecto repræſentet, conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur tubus, ut in *Problemate* 3. factum. (§. 24.).

2. In-

2. Inſeratur lens objectiva, vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.

3. Porro inſerantur tres lentes oculares utrinque convexæ, & æqualium ſphærarum ſegmenta.

SCHOLION.

28. *Quod ſi tubum 4 lentium aptare volueris; primo duæ fiſtulæ, continentes primum oculare, & lentem objectivam diducantur, quoad objectum petitum diſtincte appareat. Idem fiat cum altera parte, in qua dum oculares ſunt. Tum binæ tubi partes rurſus altera in alteram inſerantur, & promoveatur anguſtior in ampliore, quo uſque objectum denuo diſtinctum appareat.*

COROLLARIUM.

32. Si duæ lentes mediæ auferantur, prodit Teleſcopium Aſtronomicum.

PROBLEMA VI.

33. *Quantum Tubus Aſtronomicus objecta ampliet, inquirere.*

RESOLUTIO.

Dirigatur tubus verſus ſeriem te-

gularum in tecto, & quot tegulæ, per Telescopium tantæ appareant, quanta integra series est, observetur; sic innotescet, quoties Telescopium diametrum objecti ampliet.

COROLLARIUM.

34. Quia circuli sunt inter se, ut quadrata, & sphæræ ut cubi diametrorum (§. 131. 212. *Geom.*) facile invenitur, quoties superficies, & quoties corpus amplietur.

DEFINITIO VI.

35. Per *Operturam* intelligimus annulum, qui in lente objectiva operitur, ne radii per eum in tubum incidant. *Apertura* vero est circulus, qui in medio lentis objectivæ apertus manet, ut radii per eum in tubum incedere possint.

PROBLEMA VII.

3. *Justam aperturam lentis objectivæ in Telescopio definire.*

RESOLUTIO.

1. Ex charta compacta & nigra conficiantur plures orbes, quorum dia-

diameter latitudini lentis objectivæ æqualis ſit.

2. Hinc exſcindendo orbiculos, fiant annuli diverſarum aperturarum, ita ut diameter minimæ, diametrum piſi majoris vel $\frac{1}{4}$ digiti Rhenani adæquet.

3. Lenti objectivæ annuli omnes ſucceſſive imponantur, & notetur, per quemnam eorum objectum maxime diſtinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientiſſimam pro omni caſu deprehendes.

PROBLEMA VIII.

37. *Quoties Microſcopium objecta augeat, experientia definire.*

RESOLUTIO.

1. In charta alba ſubtilis breviſque lineola deſcribatur, quam uno obtutu per lenticulam complecti liceat.

2. Tum altero oculo lenticulæ admoto, altero aperto, imago in aëre pendula non procul ab oculo comparebit.

3. Tum circino magnitudo lineæ apparentis capiatur, ac in charta designetur; magnitudo lineolæ quoque circino capiatur, & quoties in linea reperta contineatur, investigetur.

4. Invenitur, quoties diametrum objecti Microscopia amplificent, consequenter etiam quoties superficiem atque corpus (§. 34.)

SCHOLION.

38. *Singulari dexteritate opus est, ad rite peragendum, quod in hac resolutione præscribitur.*

PROBLEMA IX.

39. *Microscopium ex duabus lentibus componere.*

RESOLUTIO.

Eodem fere modo, quo Telescopia Astronomica conficiuntur, nisi quod lens objectiva est parvæ, & lens ocularis majoris sphæræ segmentum. Justam earum distantiam inter se experientia commodissime docet. Hanc ob causam Teles-

eſcopium Aſtronomicum inverſum, eſt Microſcopium compoſitum.

SCHOLION. I.

40. *Commendatur proportio lentis objectivæ ad ocularem ut* 1 *ad* 2, *itemque ut* 2 $\frac{1}{2}$ *ad* 3; *diſtantiæ autem lentis objectivæ à foco, conceduntur ad ſummum* $\frac{2}{3}$ *aut* $\frac{1}{2}$ *digiti, diſtantiæ vero ocularis à foco ad ſummum* 1 *vel* 1$\frac{1}{2}$ *dig.*

SCHOLION II.

41. *Conſtruuntur quoque Microſcopia ex tribus lentibus.* Dechales (Dioptr. lib. 2. Prop. 30. fol. 705. Mund. Math.) *laudat Microſcopium* Monconiſii, *in quo objectum diſtabat à lente objectiva* 7. *dig.* 4. *lin.*, *diſtantia foci a lente objectiva erat* 1. *dig.* 1. *lin.*, *diſtantia lentis objectivæ, à media lente oculari* 15 *dig.*, *diſtantia foci ejus dig.* 1., *diſtantia lentis ocularis mediæ ab extrema* 1 *dig.* 5. *lin.*, *diſtantia oculi ab illa* 6 *lin. Aperturæ diameter erat tantum* 1 $\frac{1}{2}$ *lineæ.*

PROBLEMA X.

42. Laternam magicam *conſtruere, quæ exiguas imagines in oppoſito albo pariete valde auctas depingit in conclavi obſcurato*

RESOLUTIO.

Fig. 9. 1. Laterna ex lamina ferrea ſtanno obducta conſtruatur, in ejuſque pariete poſtico ſpeculum concavum H collocetur, cujus diameter in majoribus laternis, ad ſummum pedis 1, in mediocribus ped. $\frac{1}{2}$, in parvis 4. vel 5. digit.

2. In foco ſpeculi concavi lampas Q L collocetur, ellychnio goſſypino ſpiſſiore inſtructa.

3. Januæ laternæ tubus ductitius duarum vel trium fiſtularum I K G afferruminetur, quo pro lubitu diduci poſſit.

4. Hujus tubi pars extrema quadrata efficiatur, crenam utrinque latiorem nacta, per quam aſſerculus quadratus atque oblongus trajici poteſt, in quo rotundi vitrei orbes P N, in diametro fere $\frac{1}{4}$ ped. vel etiam minores inſeruntur, in quibus imagines aqueis ac pellucidis coloribus pictæ ſunt.

5. Eidem tubo immittuntur duæ lentes con-

convexæ, vel etiam plano-convexæ. Harum lentium latitudo, altitudinem imaginis P N æquat Lentis in I diameter $\frac{90}{100}$ ped. alterius K vero $1\frac{20}{100}$ ped. habere poteſt: aut diameter prioris $1\frac{75}{100}$ ped. poſterioris $2\frac{25}{100}$ ped. *Dechales* primam 5. digit., ſecundam 10 dig. facit.

Quod ſi vitra picta inverſe per crenam in tubum inſerantur, & tubus ita diducatur, ut pictura à lente longius quam focus abſit; erectam & ampliatam in adverſo pariete conſpicies. Nam quemadmodum imago, minor eſt objecto, cum hoc à lente valde remotum eſt; ita imago ampliatur, cum objectum lenti æque vicinum eſt ac alias imago: hæcque tantum à lente diſtat, ac alias objectum, cui parva imago eſt.

THEO-

THEOREMA V.

44. *Oculus per Polyedrum toties videt objectum, quot sunt hedræ.*

DEMONSTRATIO.

Etenim à puncto C incidunt radii in singula plana D A, A B & B E. Quare, cum versus oculum O refringantur; oculus non solum per radium C O objectum in C videt, sed & per radios F O & G O in c & c, consequenter toties, quot sunt hedræ, Q. E. D.

Fig. 8.

SCHOLION.

44. *Ut objectum verum digito attingere possis, ita quidem dirigendus, ut ad singulas imagines, digiti singuli tendere videantur; ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non observant frustra objectum attingere conantur. Polyedrum in gyrum quoque moveri potest ac observari, quænam imago maneat immota: ea enim ipsius objecti est; mutant enim apparentia loca, cum plana refringentia loca mutant.*

PRO-

PROBLEMA XI.

45. *Vitra ad poliendum apta seligere.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ; ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum esse vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuscus. Et quoniam vitrum candidissimum venas plerumque habet, & in aëre humescens sua sponte post aliquot annos polituram omnem amittit; *Hugenius* (*in Commentariis de formandis vitris* p. 173.) optimum cœteris paribus judicat, quod subflavum, leviter rufum aut subviride apparet. *Hevelius* (*in Prolegom. Selenogr.* 14.) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum à vesiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac spiris nocivis immune deprehendes, si lumen solare per id transmissum charta alba excipiatur: singuli enim nævi per umbras respondentes detegentur; quia enim hujusmodi nævi refractionem valde turbant, sedulo

cavendum, ne tales in medio lentis extra operturam ſint.

PROBLEMA XII.

46. *Vitra atterere & polire.*

RESOLUTIO.

1. Catinus arena minuta & madefacta conſpergatur, & panno craſſiori aliquoties complicato imponatur, in eoque vitrum capulo ligneo agglutinatum teratur.

2, Ubi vitrum figuram catini aſſumſit, ipſum cum capulo & catino mundetur, ne quid arenæ priſtinæ ullibi adhæreat; deinde adhibeatur loco arenæ pulvis ſmiridis.

3. Deletis arenularum veſtigiis, adhibeatur arena clepſydralis rubra per ſecerniculum coacta, ut grana omnia ſint æqualia, & tamdiu vitrum in catino teratur, donec aliquem nitorem induerit.

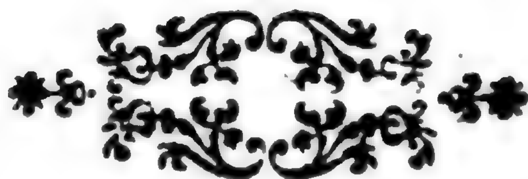
4. Vitro ad polituram præparato, cavitati catini ſuperglutinetur faſcia chartæ tenuis, ejuſdem ubique craſſitiei, abſ-

que

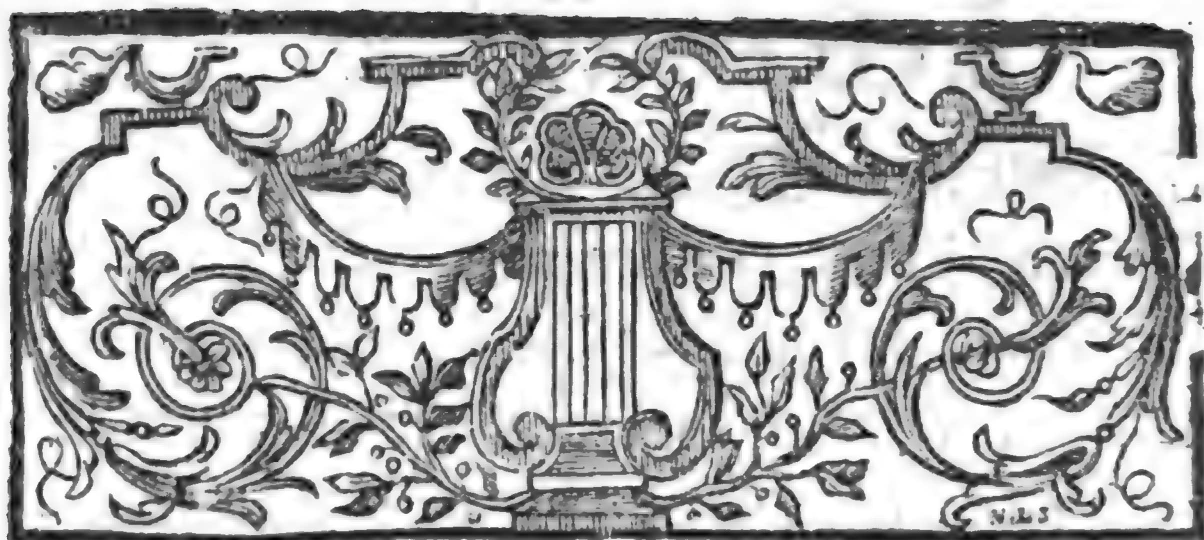
asperitatibus. Glutinis loco esse potest Gummi in aqua solutum, vel pulvicula ex amylo vel farina tritica, nec non ex hostiis, quibus in sacra cœna utimur, confecta. Chartæ exsiccatæ affricetur pulvis Terræ Tripolitanæ, & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam crassiora adsint sulcos datura. Tandem super hac charta vitrum tamdiu teratur, donec ejus politura censeatur perfecta.

DIOPTRICÆ.

FINIS.



ELE-



ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

DEFINITIO I.

1. PERSPECTIVA est Scientia delineandi objectum, quale in data distantia, & in data altitudine oculo apparet.

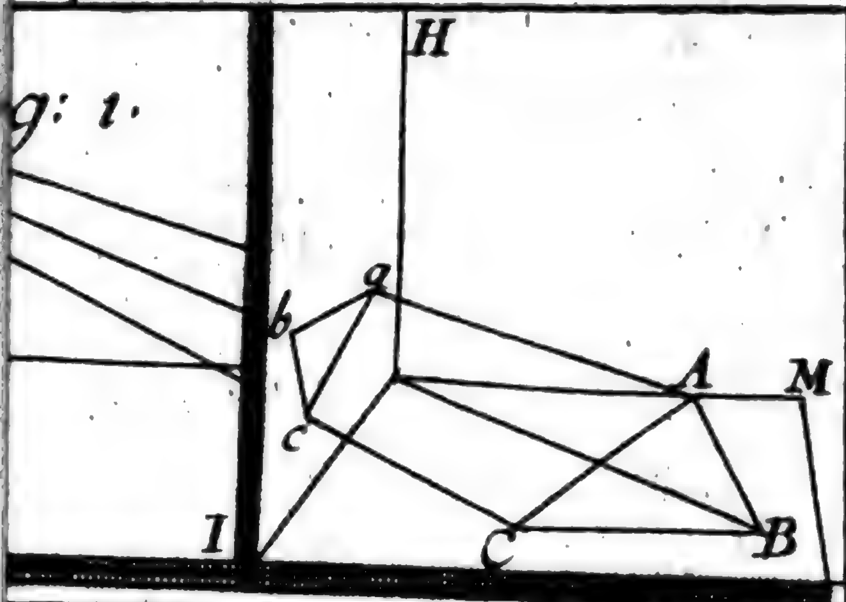
COROLLARIUM.

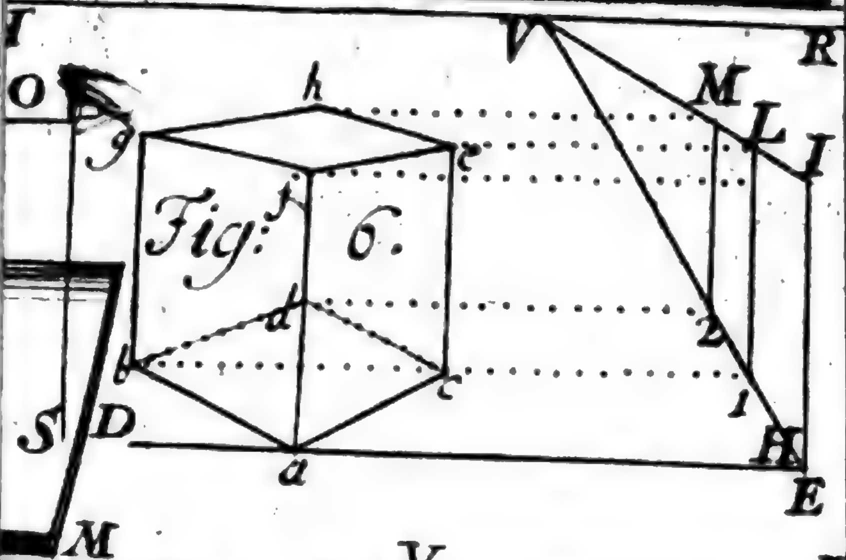
2. Est itaque necesse, ut radii ab imagine reflexi, in oculum eodem modo incidant, quo ab objecto ipso, in data distantia & altitudine, inciderent.

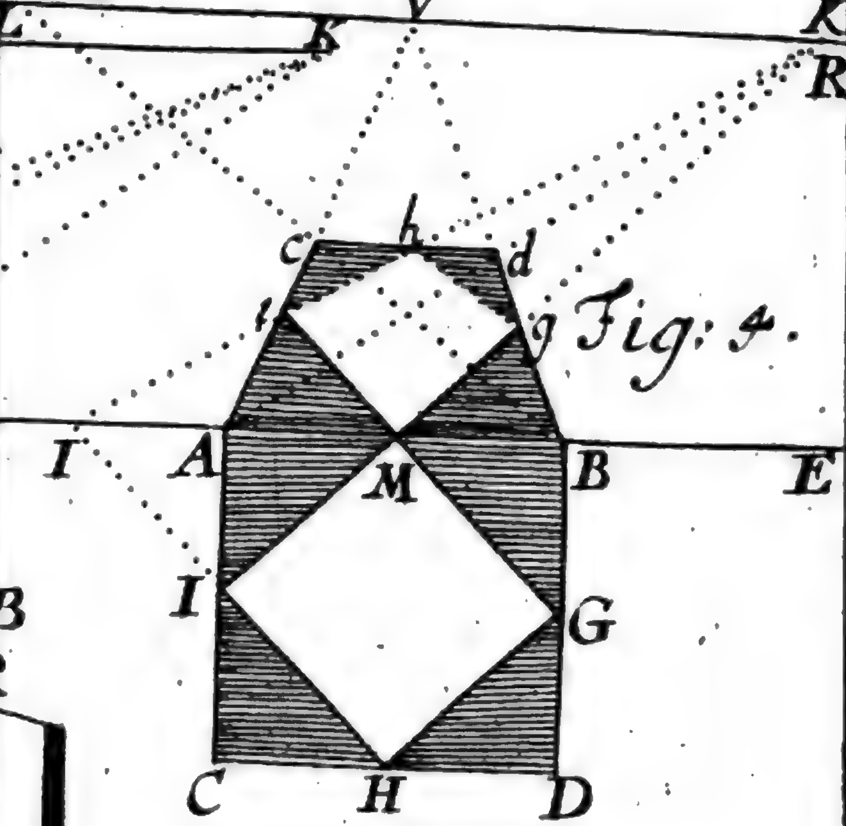
SCHOLION.

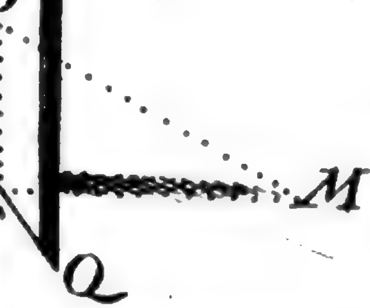
TAB. Perspect. Fig. 1.

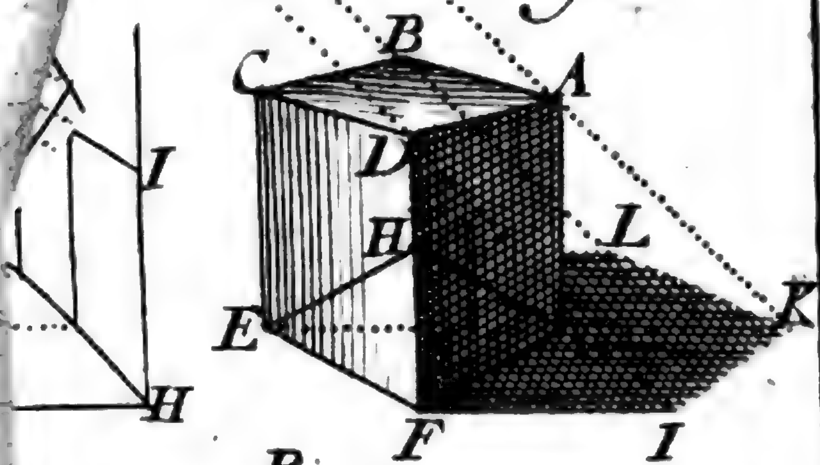
3. *Esto O oculus; videbitur Triangulum A B C, per radios O A, O C, O B, & quoad hi*

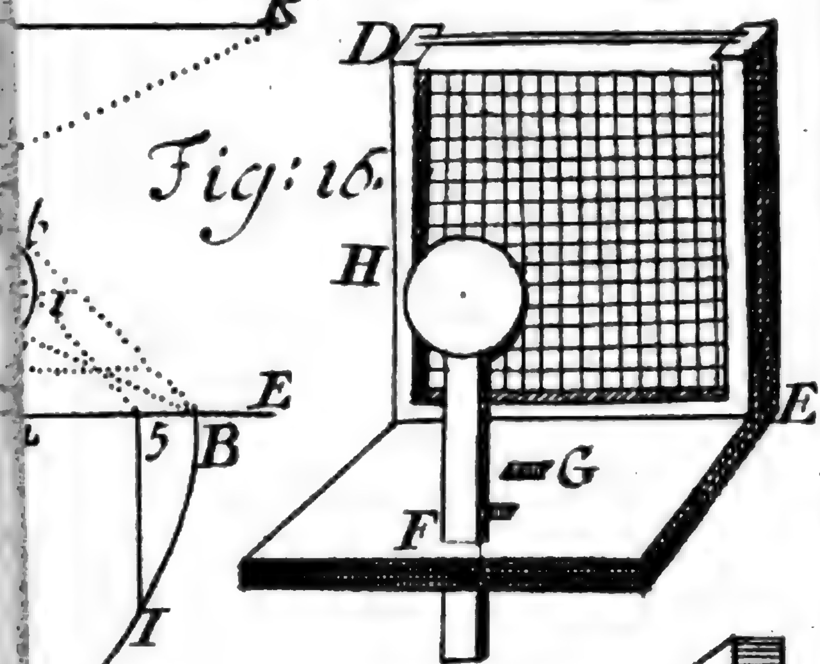

g: 1.
H
a
b
A
M
c
I
C
B

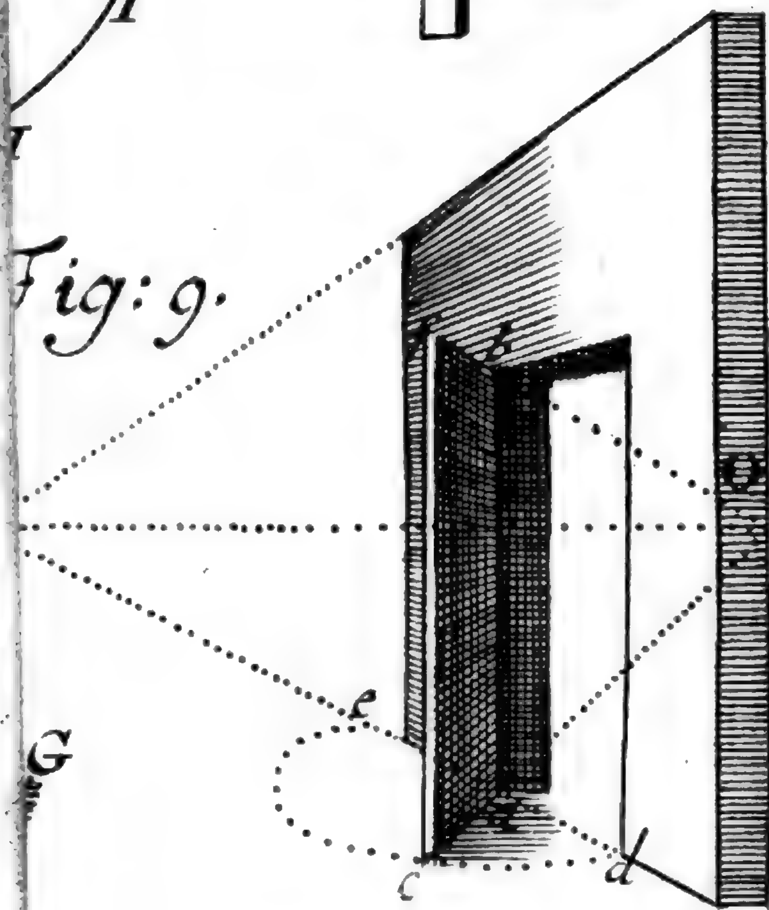

V
R
O
h
M
L
g
e
I
f
Fig: 6.
d
2
b
c
S
D
1
a
H
E
M


V
K
K
R
c
h
d
g
Fig: 4.
I
A
M
B
E
I
G
C
H
D
B


Fig: 12.
O
M
Q


Fig: 13.
B
C
A
D
H
L
K
E
F
I
I
H


R
D
Fig: 16.
H
E
E
5
B
G
F
I


Fig: 9.
o
e
G
c
d

ect. Tab. III.

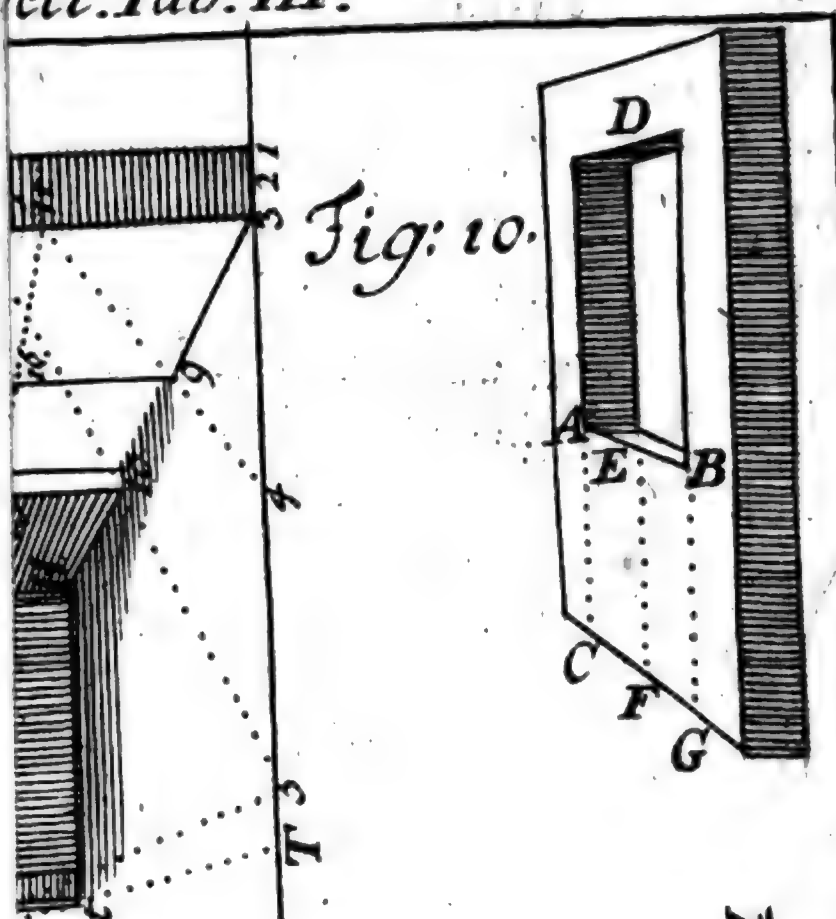
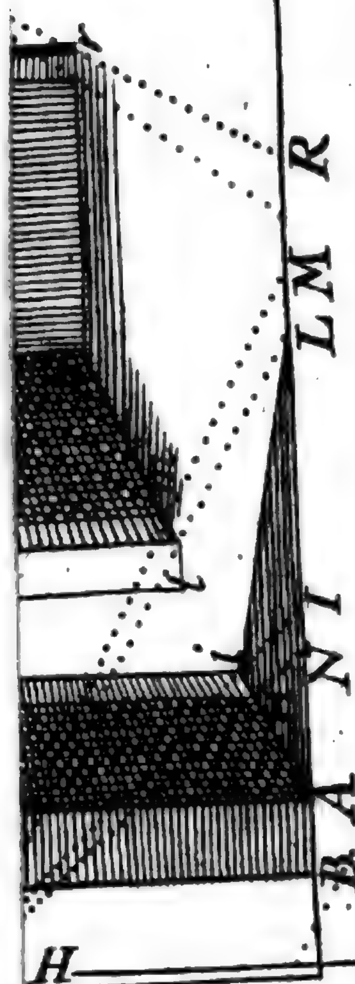


Fig: 10.



H C
V
A
D
B
R

Fig: 15.

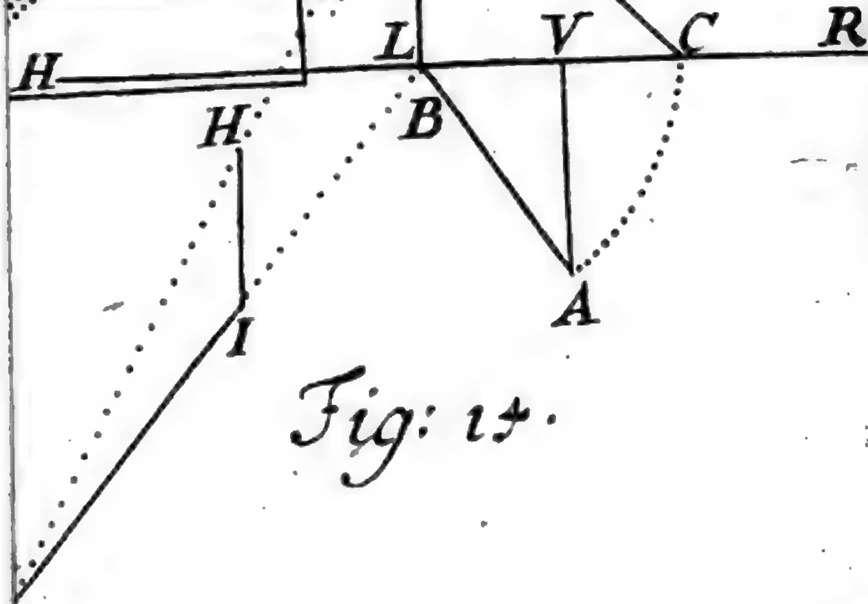


Fig: 14.

hi radii eosdem angulos in oculo facient, Triangulum eodem modo videbitur. Proinde eodem modo videretur, si radii O a, O c, O b à tabula H I reflecterentur. Quod si concipias H I tabulam esse transparentem, quam radii à Triangulo A B C exeuntes, non mutati tamen trajiciant; eosque oculum O adeuntes, tabulam H I, in a, b, c perforare: habebis imaginem, quæ oculo in O eodem modo, ac Triangulum A B C ipsum apparebit. Perspectiva vero docet, quo pacto puncta a, b, c geometrice inveniri possint.

DEFINITIO II.

4. *Punctum visus* seu *Oculi* est punctum F, in tabula H I, in quod ex oculo O recta O F ad tabulam H I perpendicularis ducitur; vocatur etiam *Punctum Principale.* TAB. I. *Fig.* 2.

DEFINITIO III.

5. Linea N I, cui tabula insistit, *Linea fundamentalis*, vel etiam, *Basis tabulæ* dicitur.

DEFINITIO IV.

6. *Linea horizontalis* est recta P Q,

per punctum principale F ducta, lineæ fundamentali N I parallela.

DEFINITIO V.

7. *Punctum distantiæ* est punctum P vel Q in linea horizontali P Q, tanto intervallo à puncto principali F distans, quanto oculus O ab eodem distat.

PROBLEMA I.

8. *Quodvis planum horizontale ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 3. 1. Describatur planum: ex. gr. triangulum A B C, quemadmodum in Geometria traditum fuit.

2. Ducatur linea fundamentalis D E, in distantia trianguli à tabula.

3. Huic linea horizontalis H K parallela ducatur in distantia altitudinis oculi.

4. Ex singulis angulis plani Geome-

metrici demittantur perpendiculares A 1, C 2, B 3, in lineam fundamentalem D E.

5. In horizontali H K, assumatur punctum principale V, & transferatur ex illo, in quam partem libuerit, punctum distantiæ K, in data oculi distantia.

6. Transferantur ex 1 in A, ex 2 in C, ex 3 in B, perpendiculares A 1, C 2, B 3.

7. Ex puncto principali V ducantur rectæ versus 1, 2, 3, & ex puncto distantiæ K versus B, A, & C aliæ rectæ.

8. Ubi hæ rectæ se intersecabunt, sc. in *b*, *a*, & *c*, apparebunt puncta B, A, & C. Proinde ductis rectis *b a*, *a c*, *c b*, delineatio ichnographica perfecta erit.

SHOLION.

9. *Hæc regula generalis est, poteruntque pro lubitu figuræ eligi, ac ita ichnographice delineari, si cui in hujusmodi ichnographicis delineationibus se exercere volupe fuerit. Demonstratio exhibetur in nostris* Element. Perspect.

 §. 23.

§. 23. *In casibus particularibus interdum compendia adhiberi possunt, quem in finem sequentia problemata addo.*

PROBLEMA II.

Fig. 4. 10. *Quadratum A B D C, cui aliud I M G H inscriptum, ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1 Ductis horizontali L K & fundamentali D E, ex puncto principali V transferatur utrinque in lineam horizontalem distantia oculi V L & V K.

1. Ducantur V A & V B, itemque B A & L B; erit A *c d* B ichnographia quadrati *A C D B.*

3. Producatur latus quadrati inscripti I H, donec lineæ Terræ in I occurrat, ducanturque rectæ K I & K M; erit *i h g* M repræsentatio quadrati inscripti I H G M.

PRO-

PROBLEMA III.

11. *Circulum ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Super linea terræ A B describatur semicirculus, & ex quotlibet punctis peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad lineam terræ perpendiculares C 1, F 2, G 3, H 4, I 5 &c. Tab. II. Fig. 5.

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5, B, ducantur rectæ ad punctum principale V, item recta ex B ad punctum distantiæ L, & alia ex A ad punctum distantiæ K.

3. Per communes intersectiones agantur rectæ: ita nimirum habebuntur punctorum A, C, F, G, H, I, B repræsentationes in *a*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, *b*;

4. Tandem puncta ista arcubus connectantur, ut habeatur projectio circuli *a c f g h i b i h g f c a*.

SCHOLION.

12. *Hoc modo qualibet alia linea curva projici poterit.*

PROBLEMA IV.

13. *Scenographiam solidi cujuscunque exhibere.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 6. 1. Ichnographia perspectiva baseos solidi delineetur (§. 8).

2. Super linea fundamentali D E, ex quolibet puncto H, altitudo solidi H I perpendiculariter erigatur, & in quodlibet punctum V, in linea horizontali H R assumtum, ex punctis H & I, ducantur rectæ V I & V H.

3. Ex angulis *b*, *a*, & *c*, erigantur perpendiculares *b g*, *a h* & *c e*.

4. Ex angulis baseos, lineæ *b* 1, *d* 2, fundamentali D E parallelæ ducantur.

5. Su-

5. Super eadem ex punctis 1, 2, perpendiculares 1 L, 2 M erigantur.

6. Fiat tandem $af = HI$, $bg = ce = 1L$, & $dh = 2M$, superficies superior *ghef* delineari poterit.

SCHOLION.

14. *Demonstratio videre est in nostris* Element. Perspect. (§. 35). *Consultum vero erit, generalem regulam, nonnullis exemplis illustrare.*

PROBLEMA V.

25. *Pyramidim truncatam delineare.*

RESOLUTIO.

1. Si à singulis angulis in basi superiori concipiantur demissa perpendicula in inferiorem; prodibit pentagonum, pentagono basis inscriptum, cujus latera, lateribus hujus parallela. Quamobrem sic duplex pentagonum *lmnop*, *abcde* ichnographice delineabitur. TAB. II. *Fig.* 7.

2. Erigatur in H altitudo Pyramidis truncatæ H I, ducanturque ex puncto V, lineæ H V & V I, & determinentur (§. 13.), ut figura ostendit, altitudines, super angulis internis *a b c d e* erigendæ.

3. Puncta superna *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, lineis rectis jungantur.

4. Tandem rectæ *l k*, *f m*, *g n*, ducantur, & scenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta

COROLLARIUM.

16. Quod si in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici, & reliqua deinde fiant, ut in problematis resolutione; scenographia coni truncati perficietur.

PROBLEMA VI.

17. *Super Pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 7. 1. Repræsentetur pavimentum A F H 3 in tabula, unà cum basibus columnarum atque

atque pilarum, si quæ adfuerint (§. 8. 11.).

2. In fundamentalem transferatur crassities muri B A, & 3. 1.

3. Ex A & B, item ex 3 & 1, erigantur perpendiculares A D & B C, item 3. 6, & 1. 7. (§. 70. 89. *Geom.*).

4. Puncta D & 6 connectantur cum principali V, rectis D V & 6 V.

5. Ex F & H erigantur perpendiculares F E, & H G.

Ita parietes omnes A D E F, E G H F, & G 6 3 H, cum laqueari D E G 6, delineati erunt.

6. Quod si pilæ aut columnæ super pavimento A F H 3 erigendæ; non alia re opus est, quam ut ex earum basibus, vel quadratis vel circularibus ichnographicé delineatis, excitentur perpendiculares indefinitæ, & in linea fundamentali, ad quam pertingit radius F A, per basin transiens, erigatur altitudo vera A D: ducta enim ut ante D V, altitudine scenographice determinabuntur.

SCHOLION.

18. *Ichnographia pavimenti geometrica, unà cum pilarum columnarumque basibus, secundum regulas Architectonicas delineatur.*

PROBLEMA VII.

19. *Januam ſcenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 8. Sit janua delineanda in pariete D E F A.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus diſtantia A N, ab angulo A, unà cum latitudinibus poſtium N I & L M, atque latitudine ipſius januæ L I.

2. Ad punctum diſtantiæ K, ex ſingulis punctis, N, I, L, M, ducantur rectæ K N, K I, K L, K M, quæ latitudinem januæ *l i*, atque poſtium latitudines *i n* & *l m* determinabunt.

3. Ex A in O transferatur altitudo januæ A O, & ex A in P, altitudo poſ-

postium A P, aut ex O in P latitudo postis transversi.

4. Jungantur O & P cum puncto principali V rectis P V & O V.

5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares pertingentes ad P V & O V: atque sic janua determinata erit.

5. Crassities muri in *l*, per crassitiem muri in A B determinatur, ducta recta ex B in punctum principale V.

II. Si janua delineanda in pariete E F H G, eodem fere modo singula peragenda sunt. Nam.

1. In lineam terræ transferatur ex A in R distantia januæ ab angulo in plano geometrico, & inde ulterius latitudo januæ ex R in T.

2. Ex R & T ducantur ad punctum principale V lineæ R V & T V, ut habeatur latitudo *r t* in plano perspectivo.

3. Ex *r* & *t*, erigantur perpendiculares indefinitæ ad F H.

4. Ex

4. Ex A in P transferatur ut ante altitudo A P vera.

5. Denique ex P ducatur ad punctum principale V recta P V; erit F z altitudo ichnographica

6. Fiant *r r* atque *t t* ipsi F z æquales.

Ita janua *r r t t* erit delineata; nec difficulter adduntur postes.

PROBLEMA VIII.

20. *Fenestras scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 8. 1. Ex 1 in 2 transferatur crassities muri ante fenestram, ex 3 in 4 ejus distantia ab angulo, & ex 4 in 5. ejus latitudo.

2. Ex 4 & 5, ducantur ad punctum distantiæ L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem fenestræ perspectivam 10. 9 designabunt.

3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavimentum perpendiculares, hoc est, ducantur

cantur ipsi 63 parallellæ indefinitæ.

4. Ex 3 in 11 transferatur distantia fenestræ a pavimento, & ex 11 in 12 ejus altitudo.

5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V. 11 & V. 12; quæ perpendiculares 10. 13, & 9. 14, in 13 & 14, itemque in 15 & intersecantes, apparentiam fenestræ exhibebunt.

6. Crassities muri ante fenestram, ut in problemate præcedente reperiri poterit.

PROBLEMA IX.

21. *Januam apertam scenographice repræsentare.*

RESOLUTIO.

Quoniam janua, dum aperitur, semicirculum describit; schenographia januæ (§. 19.) delineetur. TAB. II. *Fig.* 9.

1. Repræsentetur in tabula semicir-

circulus *e c d*, cujus centrum *a*, semidiameter vero latitudo januæ, *a d* (§. 11.).

2. In eo notetur punctum *c*, ubi janua desinit, & inde ducatur *f c*, ad fundamentalem perpendicularis.

3. Per *c* & *a* agatur *c a*, quæ continuata horizontalem V O in O secat.

4. Denique ex puncto O per *b* ducatur recta *b f*; & janua aperta *b f c a* delineata habetur.

SCHOLION.

22. *Eodem modo fenestræ apertæ delineentur. Neque necesse est, integrum semicirculum ichnographice describi; sufficit punctum c, secundum regulam generalem, problemate* 1 (§. 8.) *exhibitam determinari.*

PROBLEMA X.

23. *Data apparentia corporis opaci & luminosi, per radios divergentes radiantis, ex gr. lampadis, candelæ aut facis accensæ, invenire apparentiam umbræ.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur punctum M, in delineatione ichnographica, in quod incidit linea ex centro luminis L in pavimentum, cui corpus insistit perpendiculariter demissa (§. 8.) Tab. II. Fig. 11.

2. A singulis angulis corporis seu punctis sublimibus, demittantur itidem perpendiculares ad pavimentum: quod in nostro casu non necesse est, cum lineæ AD, BE, CF, sint hæ lineæ desideratæ.

3. Per extremitates infernas harum perpendicularium F, E, D, ducantur ex M rectæ MG & MH, per A, C, B autem, ex L aliæ lineæ LG, LH, priores in G & H, intersecantes, umbramque DEHG terminantes.

PROBLEMA XI.

24. *Determinare umbram solidi in parietem RQ, aut aliud solidum cadentem.* Tab. I. Fig. 12.

RE-

RESOLUTIO.

TAB. I. Fig. 12. 1. Quæratur umbra in pavimentum projecta B M C (§. 23).

2. Ex puncto T, ubi recta N M, transiens per N & punctum E, in quod perpendicularis à vertice solidi demissa incidit, parietem R Q secat, erigatur T O, ad pavimentum cui solidum insistit perpendicularis, secans L M in O; & habetur longitudo umbræ, in parietem cadentis. Latitudo se ipsam inferne exhibet.

PROBLEMA XII.

25. *Data altitudine solis supra horizontem; umbram solidi delineare radiis solaribus, pavimento, cui solidum insistit, parallelis incidentibus.*

RESOLUTIO.

TAB. II. Fig. 13. 1. Quoniam sol radiat per radios parallelos, radii autem pavimento paralleli existunt, per angulos solidi singulos, agantur rectæ inter se, & lineæ fundamentali parallelæ H L, E K & F I.

2. Per

2, Per angulos superiores, aut puncta sublimia A, B, D agantur rectæ A K, B L, D I, quæ cum perpendicularibus A G, B H, D F angulos constituant, complemento altitudinis solis, seu distantiæ ejus à vertice æquales, atque priores in L, K & I intersecent; determinabitur itaque umbra F I K L.

PROBLEMA XIII.

26. *Sole ultra tabulam constituto, data ejus distantia à plano verticali, & altitudine super pavimento, in quo corpus constituitur; exhibere apparentiam umbræ ejusdem corporis.*

RESOLUTIO.

1. Ex puncto principali V erigatur V A, ad lineam horizontalem H R perpendicularis, fiatque distantiæ oculi V L æqualis. TAB. III. *Fig.* 14.

2. Fiat in A angulus V A B, distantiæ solis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita B D, factaque B C = B A, fiat angulus D C B, altitudini solis æqualis, ut habeatur punctum D.

4. Quod si jam quæratur apparentia umbræ, quam projicit punctum sublime H; demissa perpendiculari HI ad planum perspectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK, erit IK umbra quæsita.

SCHOLION.

27. *Planum verticale dicitur, quod pavimento, aut plano geometrico perpendiculariter insistit.*

PROBLEMA XIV.

28. *Sole ante tabulam constituto, data ejus distantia à plano verticali, & altitudine super horizonte seu pavimento, in quo corpus constituitur; exhibere apparentiam umbræ ejusdem corporis.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 15. 1. Ex puncto principali V erigatur VA, ad lineam horizontalem HR perpendicularis, & distantiæ oculi æqualis.

2. Fiat in A angulus VAB, distantiæ solis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD factaque BC = BA, fiat

fiat angulus BCD datæ altitudini solis æqualis; poteritque ut in problemate antecedente, ex datis punctis B & D, umbra corporis reperiri.

PROBLEMA XV.

29. *Umbram corporis delineare, quam ad lumen fenestræ projicit.*

RESOLUTIO.

1. Ex medio fenestræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares EF, AC, BG. Tab. III. Fig. 20.

2. Prolongetur EF in D, quo altitudo fenestræ ED prodeat. Erunt C, F, G, puncta, ex quibus lineæ umbræ, per puncta inferna perpendicularium ducuntur: contra E & D puncta, ex quibus lineæ per supernos angulos describuntur.

Nempe puncta C, F, & G, hic idem sunt, quod supra (§. 23.) punctum M; & duo E & D, quod ibi centrum L. Tab. III. Fig. 12.

SCHOLION I.

30. *Omnium quæ hactenus docuimus, accuratæ demonstrationes in nostris* Element. Perspect. *exhibentur.*

PROBLEMA XVI.

31. *Objectum quodcunque datum accurate delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. II Fig. 16. 1. E quatuor subcudibus paretur quadratum DE per fila iisdem parallela in areolas quadratas inter se aequales divisum.

2. Super tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut sit quadrato parallela.

3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum DE divisum.

4. Per dioptram H, oculo in objectum directo, quod ultra tabulam DE debito intervallo remotum, observetur, in quibus areolis DE singulae partes appareant, & eaedem delineentur, in quadratulis, quae super charta iisdem respondent.

Ita artis delineandi peritus satis accurate apparentiam objecti exhibebit.

FINIS PERSPECTIVAE.

ET TOMI PRIMI.





